

ORSAY
Série A,
n° d'ordre
563

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Dimitri LEPECHINSKY

PREMIERE THESE

DE L'EFFET DES COLLISIONS SUR LE SPECTRE DE DIFFUSION
INCOHERENTE D'UN PLASMA DE TEMPERATURES
ELECTRONIQUE ET IONIQUE DIFFERENTES

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 15 décembre 1969 devant la Commission d'Examen

MM. GRIVET

Président

DELCROIX

DOUGHERTY

Examineurs

CONSOLI

ORSAY
Série A,
n° d'ordre
563

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Dimitri LEPECHINSKY

PREMIERE THESE

**DE L'EFFET DES COLLISIONS SUR LE SPECTRE DE DIFFUSION
INCOHERENTE D'UN PLASMA DE TEMPERATURES
ELECTRONIQUE ET IONIQUE DIFFERENTES**

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 15 décembre 1969 devant la Commission d'Examen

MM. GRIVET

Président

DELCROIX

DOUGHERTY

CONSOLI

Examineurs



P L A N

- SOMMAIRE

I - INTRODUCTION

II - RAPPEL DE LA THEORIE DE J. P. DOUGHERTY ET D. T. FARLEY

2.1 - Principe du calcul

2.2 - Détermination de $\langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle$, par le théorème de Nyquist généralisé

2.3 - Détermination de l'admittance généralisée $y'(\omega)$ du plasma

Cas A Plasma sans collisions ni champ magnétique

Cas B Plasma avec champ magnétique permanent

Cas C Plasma avec collisions électrons-neutres et ions-neutres

C.1 Calcul de σ_{pq} en l'absence de champ magnétique

C.2 Calcul de σ_{pq} en présence de champ magnétique

C.3 Résultats obtenus avec $\vec{B}_0 = 0$ et avec $\vec{B}_0 \neq 0$ en présence de collisions, lorsque $T_e = T_i$

III - EXTENSION DE LA THEORIE AVEC COLLISIONS AU CAS $T_e \neq T_i$

3.1 - Extension proposée du théorème de Nyquist généralisé à un plasma avec $T_e \neq T_i$

3.2 - Détermination de l'admittance généralisée $y'(\omega)$ et de la section efficace de diffusion dans le cas $T_e \neq T_i$

3.3 - Comparaison du spectre obtenu avec les résultats d'autres auteurs

3.4 - Quelques résultats numériques obtenus à la machine pour diverses valeurs du rapport T_e/T_i et des fréquences de collisions

IV - RESULTATS EXPERIMENTAUX RECEMMENT OBTENUS A SACLAY. COMPARAISON AVEC LES PREVISIONS DE LA PRESENTE THEORIE

4.1 - Dispositif à interféromètres Fabry-Pérot en ondes millimétriques de P. BIZE, fonctionnant sur 4,34 mm

4.2 - Dispositif de haute sensibilité à réjection de la fréquence centrale de Nguyen Trong Khoi, fonctionnant sur $\lambda_0 = 8,6$ mm.

V - SUGGESTIONS POUR LE DEPOUILLEMENT DES SPECTRES DIFFUSES

DE L'EFFET DES COLLISIONS SUR LE SPECTRE DE DIFFUSION INCOHERENTE D'UN PLASMA DE TEMPERATURES ELECTRONIQUE ET IONIQUE DIFFERENTES

Les études de la diffusion incohérente d'une onde électromagnétique incidente par un plasma n'ont en fait été entreprises qu'à partir de 1958 lorsque W.E. GORDON / 1 / suggéra par un calcul simple qu'une onde é.m. de fréquence supérieure à la fréquence plasma devait être diffusée de façon incohérente par les électrons libres distribués au hasard et que la puissance diffusée régie par la loi de Thomson devait être proportionnelle à la densité électronique, tandis que la largeur du spectre serait déterminée par le glissement Doppler dû à l'agitation thermique des électrons et donc par leur température.

Les résultats obtenus à la même époque par K.L. BOWLES / 2 / au moyen d'un puissant radar ionosphérique n'ayant pas entièrement confirmé ces prévisions, plusieurs auteurs et en particulier J.P. DOUGHERTY et D.T. FARLEY / 3 / , J.A. FEJER / 4 / , E.E. SALPETER / 5 / ont publié presque simultanément (1960) des études théoriques détaillées du phénomène, précisant et rectifiant les conclusions de Gordon. Il est remarquable qu'ayant utilisé des méthodes différentes, ils sont parvenus indépendamment aux mêmes résultats. Toutefois dans ces travaux on ne considérait la diffusion incohérente que par un plasma sans collisions entre les particules chargées et les neutres. Ce n'est qu'en 1963 que parut une théorie satisfaisante de l'effet de celles-ci sur le spectre diffusé due à J.P. DOUGHERTY et D.T. FARLEY / 6 / , mais seulement pour le cas d'un plasma de températures électronique et ionique égales ($T_e = T_i$), le seul d'ailleurs que ces auteurs avaient envisagé précédemment, tant sans champ magnétique / 3 / qu'en présence d'un tel champ / 7 / .

Etant donné d'une part que dans les plasmas de laboratoire, l'équilibre thermodynamique entre les électrons et les ions est rarement atteint et que l'on a pratiquement toujours $T_e \neq T_i$ (c'est aussi, d'après de récentes études / 8 / , le cas pour l'ionosphère) et que d'autre part des dispositifs électroniques de haute sensibilité permettent actuellement d'obtenir des spectres de diffusion incohérente sur des plasmas de laboratoire de faible volume / 9 / et donc de les utiliser comme un puissant moyen de diagnostic (température T_e et T_i , densité électronique ...), il nous avait paru intéressant - et c'est l'objet de la présente thèse - d'élucider l'effet sur le spectre diffusé de ces collisions lorsque $T_e \neq T_i$ et de fournir une expression complète de ce spectre en fonction de T_e , T_i et des fréquences de collision électronique et

ionique. Une telle expression manquait à notre connaissance dans la littérature avant la publication de notre Note aux C.R. de l'Académie des Sciences de 1967. (C.R. Acad. Sc. Paris, 265, p. 1085-1088, 13 Novembre 1967).

SALPETER / 5 / et FEJER / 4 / ayant calculé les spectres sans collisions tant pour $T_e = T_i$ que pour $T_e \neq T_i$, il aurait été "en principe" possible d'étendre leurs calculs au cas avec collisions. Cependant devant certaines difficultés mathématiques de cette tâche, en particulier dans le cas de la théorie de SALPETER (qui utilise des transformées de LAPLACE dans le temps et l'hypothèse des phases aléatoires), nous avons préféré reprendre le traitement de DOUGHERTY et FARLEY / 6 /, basé sur le théorème de NYQUIST généralisé.

Ceci nous a amené, comme on le verra plus loin, à distinguer dans "l'admittance généralisée" du plasma (système à deux populations dont chacune peut être supposée en équilibre, l'une à la température T_e pour les électrons, l'autre à la température T_i pour les ions, comme le confirment généralement les mesures par sondes et spectroscopiques), une partie "électronique" et une partie "ionique" qui contribuent séparément aux fluctuations globales de la densité des électrons (seuls responsables de la diffusion) en considérant que chaque électron subit simultanément deux types de fluctuations - les unes associées à l'énergie moyenne de la population électronique soit $N_0 K T_e$ (K étant la constante de Boltzmann, N_0 la densité électronique), les autres étant les fluctuations supplémentaires, induites par le mouvement des ions et associées à l'énergie moyenne de la population ionique $N_0 K T_i$.

Dans ce qui suit nous exposerons d'abord (Chapitre II) l'essentiel de la théorie de J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY basée sur le théorème de NYQUIST généralisé et applicable à un plasma avec et sans collisions, avec et sans champ magnétique lorsque $T_e = T_i$. Nous présenterons ensuite au Chapitre III notre extension au cas d'un plasma avec $T_e \neq T_i$ du calcul de son "admittance généralisée" et l'application du résultat à la détermination du spectre diffusé avec collisions, dont nous donnerons l'expression complète, ainsi que des exemples numériques pour différentes valeurs du rapport T_e / T_i et des fréquences de collisions électronique et ionique. Au Chapitre IV nous indiquerons quelques résultats expérimentaux obtenus au laboratoire qui montrent une bonne concordance des spectres enregistrés avec nos prévisions théoriques.

Enfin au Chapitre V nous suggérerons une méthode pratique pour le dépouillement des spectres expérimentaux en vue du diagnostic des plasmas.

- Remarque

Dans la référence / 3 /, J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY avaient indiqué en fin d'article que les résultats de E. E. SALPETER / 5 / pour $T_e \neq T_i$ pouvaient être obtenus de façon formelle, en appliquant le théorème de NYQUIST au seul gaz d'électrons, compte tenu de la présence d'un gaz d'ions à une température différente (celui-ci jouant alors le rôle d'un "mécanisme interne"). Toutefois, il ne leur avait pas semblé opportun de préciser ce point davantage, ni de fournir l'expression explicite du spectre diffusé correspondant à ce cas, en fonction des paramètres de leur théorie.

II - RAPPEL DE LA THEORIE DE J. P. DOUGHERTY ET D. T. FARLEY

(1960, 1963, / 3 /, / 6 /, / 7 /)

2.1 - Principe du calcul

Contrairement au traitement "microscopique" de GORDON, qui envisage les contributions individuelles à la diffusion de chacun des électrons du milieu et en fait la somme, J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY adoptent un traitement "macroscopique", considérant que la diffusion est due aux fluctuations thermiques de l'indice de réfraction, c'est-à-dire de la densité électronique N_0 du milieu. Cette conception est justifiée par le fait que les longueurs d'onde en cause sont beaucoup plus grandes que la distance moyenne entre les électrons. Dans ces conditions, si le volume diffusant est suffisamment grand, on peut montrer (voir par exemple VILLARS et WEISSKOPF / 10 / (1955)) que la grandeur qui détermine l'amplitude de l'onde diffusée est la composante de FOURIER spatiale, de vecteur d'onde $\vec{k}$ (correspondant à la direction de la diffusion) de la fluctuation $\Delta N(\vec{r}) = N - N_0$ de la densité électronique. L'élargissement Doppler du spectre correspond de son côté au comportement de ΔN dans le temps.

Si le champ électromagnétique incident est de la forme :

$$E_{inc} = E_0 \exp i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{Z}) \quad (1)$$

le champ $E_s(t)$ diffusé vers le récepteur est donné par l'expression :

$$E_s(t) = - \frac{r_e E_0 e^{i\omega_0 t}}{R_0} \int_{V_s} \Delta N(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{Z}} dV_s \quad (2)$$

où

R_0 est la distance moyenne entre le récepteur et le volume diffusant V_s tel que $V_s^{1/3} \ll R_0$;

$\vec{k} = \vec{k}_0 - \vec{k}_s$, où $\vec{k}_0$ est le vecteur d'onde de l'onde incidente sur le milieu

$\vec{k}_s$ celui de l'onde diffusée dans la direction du récepteur.

Le plasma est supposé "transparent" vis-à-vis de l'onde incidente de fréquence ω_0 ($\omega_0 > \omega_{pe}$, où ω_{pe} est la fréquence plasma) de sorte que : $|\vec{k}_s| = |\vec{k}_0|$, et donc pour la rétrodiffusion, $\vec{k} = 2 \vec{k}_0$; r_e est le rayon classique de l'électron ($r_e = 2,8 \cdot 10^{-13}$ cm). Les auteurs introduisent alors la fonction d'auto-corrélation du champ diffusé $E_s(t)$, définie par :

$$\rho(\tau) = \langle E_s(t) E_s(t+\tau) \rangle$$

où les parenthèses $\langle \dots \rangle$ indiquent une moyenne d'ensemble ou valeur probable, et après développement en série de FOURIER de $\Delta N(\vec{r}, t)$ qu'ils supposent périodique dans un grand volume de plasma L^3 tel que $L \gg V_s^{1/3}$,

$$\Delta N(\vec{r}, t) = \sum_k \Delta N(\vec{k}, t) e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$\text{où } \vec{k} = \frac{2\pi}{L} (l, m, n)$$

l, m, n étant des entiers, ils obtiennent à partir de (2) l'expression suivante de $\rho(\tau)$ valable pour la rétrodiffusion :

$$\begin{aligned} \rho(\tau) = \langle E_s(t) E_s^*(t+\tau) \rangle &= L^3 R_o^{-2} r_e^2 V_s^2 |E_o|^2 e^{-i \omega_0 \tau} \langle \Delta N(-2 \vec{k}_0, t) \\ &\Delta N^*(-2 \vec{k}_0, t+\tau) \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

Telle est la relation existant entre les fonctions d'auto-corrélation de E_s et de $\Delta N(-2 \vec{k}_0)$.

Or, d'après le théorème de WIENER-KHINCHINE, la densité spectrale d'une fonction $f(t)$ est liée à la fonction d'auto-corrélation de $f(t)$ par la relation :

$$\langle f(t) f^*(t+\tau) \rangle = \int \langle |f(\omega)|^2 \rangle e^{-i \omega \tau} d\omega \quad (4)$$

de sorte que la densité spectrale de $E_s(t)$, s'écrit, à partir de (3) et (4) :

$$\begin{aligned} \int \langle |E_s(\omega)|^2 \rangle e^{-i \omega \tau} d\omega &= L^3 R_o^{-2} r_e^2 V_s^2 |E_o|^2 \int \langle |\Delta N(-2 \vec{k}_0, \omega')|^2 \rangle \\ &\quad e^{-i(\omega_0 + \omega') \tau} d\omega' \end{aligned} \quad (5)$$

Notant que $\Delta N(\vec{k}) = \Delta N(-\vec{k})$, $\langle f(t) f^*(t+\tau) \rangle = \langle f(t) f^*(t-\tau) \rangle$ et que (5) doit être valable pour toutes les valeurs de τ , on en déduit que :

$$\langle |E_s(\omega_o \pm \omega)|^2 \rangle d\omega = L^3 R_o^{-2} r_e^2 V_s |E_o|^2 \langle |\Delta N(2\vec{k}_o, \omega)|^2 \rangle d\omega \quad (6)$$

Ceci permet d'écrire la valeur moyenne de la section efficace de diffusion $\sigma_b(\omega_o \pm \omega)$ pour une direction quelconque comme suit :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) d\omega = r_e^2 L^3 \langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle d\omega \quad (7)$$

où $\vec{k} = \vec{k}_o - \vec{k}_s$ et σ_b est la puissance moyenne diffusée dans la direction $\vec{k}_s$ du récepteur dans un angle solide unité par unité de volume du plasma, par unité de puissance incidente et unité de bande de fréquence. On verra plus loin, lors du calcul de la grandeur $\langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle$ par le théorème de NYQUIST que le volume L^3 disparaît finalement de l'expression de $\sigma_b(\omega_o \pm \omega)$.

2.2 - Détermination de $\langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle$ par le théorème de NYQUIST. Expression générale de la section efficace différentielle de diffusion

Rappelons que le théorème de NYQUIST / 11 / tel qu'il a été établi par son auteur en 1928 concerne le bruit thermique émis par une résistance pure R , à la température T . Il exprime, à partir de considérations sur le nombre de modes de vibrations (assimilés aux degrés de liberté du système) possibles dans un intervalle de fréquence $d\nu$ modes à chacun desquels on peut attribuer une énergie égale à KT (K étant la constante de BOLTZMANN), que la force électromotrice $\mathcal{E}$ due aux fluctuations thermiques dans l'intervalle $d\nu$ est liée à R par la relation :

$$\mathcal{E}^2 d\nu = 4 R K T d\nu \quad (8)$$

En 1951, H.B. CALLEN et T.A. WELTON / 12 / ont étendu ce théorème à un système fluctuant quelconque, par une méthode basée sur la mécanique quantique (considérant des milieux à niveaux d'énergie multiples, très rapprochés) et établi la relation suivante entre la résistance généralisée R (égale à la partie réelle de l'impédance généralisée Z) d'un système dissipatif linéaire quelconque et la force fluctuante spontanée V qu'il engendre :

$$\langle |V|^2 \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R(\omega) E(\omega, T) d\omega \quad (9)$$

où
$$E(\omega, T) = \frac{1}{2} \hbar \omega + \hbar \omega \left[\exp(\hbar \omega / KT) - 1 \right]^{-1}$$

Lorsque $KT \gg \hbar \omega$, (9) se réduit à :

$$\langle |V|^2 \rangle = \frac{2}{\pi} KT \int_0^\infty R(\omega) d\omega \quad (10)$$

Cette expression constitue le théorème de NYQUIST généralisé (ou théorème de dissipation-fluctuation).

Dans le cas "électrique" $R(\omega) = \Re Z(\omega)$, de sorte que le "courant" (ou réponse) $I(\omega)$ du système fluctuant est lié au voltage fluctuant par :

$$|I(\omega)|^2 = |V|^2 / |Z(\omega)|^2 \quad (11)$$

ou, introduisant $Y(\omega) = 1 / Z(\omega)$, "l'admittance généralisée" du système

$$\langle |I(\omega)|^2 \rangle = \langle V^2 \rangle |Y(\omega)|^2,$$

c'est-à-dire d'après (10) où l'intégration sera étendue aux fréquences ω négatives

$$\begin{aligned} \langle |I(\omega)|^2 \rangle d\omega &= \frac{KT}{\pi} \Re(\omega) |Y(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{KT}{\pi} \Re \left[\frac{1}{Y(\omega)} \right] |Y(\omega)|^2 d\omega, \end{aligned}$$

c'est-à-dire finalement :

$$\langle |I(\omega)|^2 \rangle d\omega = \frac{KT}{\pi} \Re [Y(\omega)] d\omega \quad (12)$$

L'expression (11) montre que la réponse $I(\omega)$ est liée à la force fictive fluctuante V (ou F) par la relation générale :

$$I(\omega) = Y(\omega) F \quad (13)$$

En admettant que $F = F_0 \exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ et que la réponse est un flux de particules de vitesse moyenne u , tel que :

$$I(\omega) = N_0 u, \quad \text{avec } u \text{ ppl à } \exp i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{r}),$$

on voit d'après (12) que la réponse à la force fictive est :

$$\langle |N_0 \vec{u}(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle d\omega = \frac{KT}{\pi} \Re [Y(\omega)] d\omega \quad (14)$$

On peut d'autre part relier $N_0 u$ à l'écart de densité ΔN par l'équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta N + \text{div } N_0 \vec{u} = 0 \quad (15)$$

qui permet d'écrire :

$$\langle |N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle = \frac{k^2}{\omega^2} \langle |N_o \vec{u}|^2 \rangle = \frac{k^2}{\omega^2} \langle |I(\omega)|^2 \rangle \quad (16)$$

de sorte qu'avec (14) :

$$\langle |N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle d\omega = \frac{KT k^2}{\pi \omega^2} \operatorname{Re} [Y(\omega)] d\omega \quad (17)$$

Dans un cube de volume L^3 (l'admittance étant L^3 fois moins forte), l'expression de $\langle |N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle$ est donnée par (17) avec le facteur $1/L^3$ au second membre. L'expression générale cherchée de la section efficace différentielle de diffusion σ_f est donc, compte tenu de (7) :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) d\omega = r_e^2 \frac{KT k^2}{\pi \omega^2} \operatorname{Re} [Y(\omega)] \quad (18)$$

2.3 - Détermination de l'admittance généralisée Y' du plasma

Dans le cas simple de particules neutres sans interactions, en quasi équilibre thermique ayant une fonction de distribution :

$$f(\vec{v}) = f_o(\vec{v}) + f_1(\vec{v})$$

où $f_o(\vec{v})$ est une maxwellienne de température T , $f_1 \ll f_o$ étant la perturbation, l'équation de BOLTZMANN en présence d'une force $\vec{F}$, permet d'écrire :

$$i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}) f_1 + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \frac{\partial f_o}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (19)$$

On en déduit que le flux de particules dû à $\vec{F}$ est donné par :

$$N_o u_\alpha = \int v_\alpha f_1 dv^3 = \frac{i}{m} F_\beta \int \frac{\partial f_o}{\partial v_\beta} \frac{v_\alpha}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} dv^3$$

et si $\vec{k} = (0, 0, k)$ avec $|k| > 0$ et parallèle à l'axe oz :

$$N_o u_x = N_o u_y = -\frac{i}{m} F_{x,y} N_o \left(\frac{m}{2\pi KT} \right)^{1/2} \int \frac{\exp(-mv^2/2KT)}{\omega - kv} dv \quad (20)$$

$$N_o u_z = \frac{i}{m} F_z N_o \left(\frac{m}{2\pi KT} \right)^{1/2} \int \frac{v (\partial / \partial v) \exp(-mv^2/2KT)}{\omega - kv} dv$$

Introduisant les variables nouvelles :

$$\theta = \frac{\omega}{k} \left(\frac{m}{2 KT} \right)^{1/2} ; \quad \phi = v \left(\frac{m}{2 KT} \right)^{1/2} , \quad (21)$$

on peut écrire les équations (20), sous la forme :

$$N_o u_{\alpha} = Y_{\alpha \beta} F_{\beta} \quad (20')$$

où

$$Y_{xx} = Y_{yy} = \frac{N_o}{im\omega} \pi^{-1/2} \int_c \frac{e^{-\phi^2} d\phi}{1 - \phi/\theta} \quad \text{et} \quad Y_{zz} = \frac{N_o}{im\omega} 2 \pi^{-1/2} \int_c \frac{\phi^2 e^{-\phi^2} d\phi}{1 - \phi/\theta} \quad (22)$$

Après évaluation des résidus aux pôles des équations (20), on obtient pour les composantes du tenseur admittance $Y(\omega)$, les expressions suivantes :

$$Y_{xx} = Y_{yy} = \frac{N_o}{m\omega} \left[R_x(\theta) - i I_x(\theta) \right] ; \quad Y_{zz} = \frac{N_o}{m\omega} \left[R_z(\theta) - i I_z(\theta) \right] , \quad (23)$$

où

$$R_x(\theta) = \pi^{1/2} \theta e^{-\theta^2} ; \quad R_z(\theta) = 2 \pi^{1/2} \theta^3 e^{-\theta^2} ; \quad I_x(\theta) = 2 \theta e^{-\theta^2} \int_0^\theta e^{p^2} dp \quad \text{et}$$

$$I_z(\theta) = 2 \theta^2 \left[I_x(\theta) - 1 \right]$$

On voit que le tenseur est diagonal et que d'autre par d'après (15), avec $\vec{k} // oz$ seule la composante Y_{zz} intervient dans l'expression du flux $N_o \vec{u}$ et donc aussi dans celle de $\langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle$, de sorte que (18) doit s'écrire :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) d\omega = r_e^2 \frac{KT k^2}{\pi \omega^2} \Re e \left[Y_{zz}(\omega) \right] d\omega \quad (18')$$

avec $Y_{zz}(\omega)$ donnée par (23).

Le spectre diffusé par des particules sans interactions, mais susceptibles de diffuser le rayonnement comme les électrons est donc représenté par :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) d\omega = r_e^2 N_o \pi^{-1/2} e^{-\theta^2} d\theta , \quad (24)$$

où θ est défini par (21). C'est un spectre gaussien.

Pour calculer l'admittance généralisée d'un plasma formé d'électrons et d'ions les auteurs considèrent les trois cas suivants ; mais seulement lorsque les températures électronique et ionique sont les mêmes ($T_e = T_i$) :

A - Plasma sans collisions et sans champ magnétique (réf. / 3 /)

B - Plasma sans collisions et avec champ magnétique (réf. / 7 /)

C - Plasma avec collisions électrons-neutres et ions-neutres sans et avec champ magnétique (réf. / 6 /).

Cas A - Plasma sans collisions ni champ magnétique

Dans le cas d'un plasma le théorème de NYQUIST doit être appliqué au système dynamique formé d'ions, d'électrons et du champ électromagnétique. Si l'on considère toujours des grandeurs proportionnelles à $\exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$, le mouvement des ions et des électrons sera régi par les tenseurs admittance appropriés Y_e et Y_i calculés au paragraphe précédent et qui correspondent exactement aux tenseurs de conductivité ionique et électronique habituels par la relation : $\sigma_{e,i} = e^2 Y_{e,i}$.

De son côté le champ électrique $\vec{E}$ dans le plasma est lié au courant $\vec{j}$ par la relation générale :

$$\vec{j} = \vec{\Gamma} \cdot \vec{E}, \quad (25)$$

où le tenseur $\vec{\Gamma}$ se déduit des équations de MAXWELL qui, après élimination du champ magnétique $\vec{H}$, fournissent l'équation :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E} = - \left(\frac{4\pi}{c^2} \right) \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (26)$$

qui donne avec (25), compte de la dépendance exponentielle de $\vec{E}$ et de $\vec{j}$ indiquée ci-dessus et toujours avec $\vec{k} = (0, 0, k)$:

$$\Gamma_{xx} = \Gamma_{yy} = \frac{1}{4\pi\omega} (c^2 k^2 - \omega^2); \quad \Gamma_{zz} = \omega / 4\pi i \quad (27)$$

Si en plus du champ électrique $\vec{E}$ une force fluctuante spontanée $\vec{F}$ agit sur les électrons, le flux d'électrons résultant sera donné par :

$$N_o \vec{u}_e = \vec{Y}_e \cdot (\vec{F} - e \vec{E}) \quad (28)$$

tandis que celui des ions, correspondra à :

$$N_o \vec{u}_i = e \vec{Y}_i \cdot \vec{E} \quad (29)$$

le courant $\vec{j}$ dans le plasma s'écrit toujours :

$$\vec{j} = N_o e (\vec{u}_i - \vec{u}_e) \quad (30)$$

Eliminant $\vec{E}$, $\vec{j}$ et $\vec{u}_i$ des équations (25) et (28) à (30), on obtient la relation cherchée entre le flux d'électrons $N_o \vec{u}_e$ et la force fluctuante $\vec{F}$:

$$N_o \vec{u}_e = \vec{Y}' \cdot \vec{F} \quad (31)$$

avec :

$$Y' = \frac{Y_e (Y_i - \Gamma / e^2)}{Y_i + Y_e - \Gamma / e^2} \quad (32)$$

Dans le cas présent, sans champ magnétique, les tenseurs Y_e et Y_i sont diagonaux et la composante Y'_{zz} se calcule scalairement à partir de (32) avec $Y_{zz}^{e,i}$ donnés par les expressions (23) ci-dessus, dans lesquelles, compte tenu de (21) :

$$\theta_{e,i} = \frac{\omega}{k} \left(-\frac{m_{e,i}}{2 KT} \right)^{1/2}$$

Introduisant la relation :

$$Y = \frac{N_o \omega}{KT k^2} y \quad (33)$$

et la distance de DEBYE :

$$h = \left(\frac{KT}{4 \pi N_o e^2} \right)^{1/2}$$

on obtient, avec (32) l'expression générale suivante de la section efficace de diffusion :

$$\sigma_b (\omega_o \pm \omega) d\omega = N_o r_e^2 \operatorname{Re} (y'_{zz}) \frac{d\omega}{\pi \omega} \quad (34)$$

où

$$y'_{zz} = \frac{(y_{zz}^i + i h^2 k^2) y_{zz}^e}{y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2} \quad (35)$$

Dans cette expression, $y_{zz}^{i,e}$ se calculent à l'aide de (23) et (33), qui donnent :

$$\begin{aligned} y_{zz} &= \pi^{1/2} \theta e^{-\theta^2} - i (2 \theta e^{-\theta^2} \int_0^\theta e^{p^2} dp - 1) \\ &= i \left[1 - i \theta \pi^{1/2} e^{-\theta^2} - 2 \theta e^{-\theta^2} \int_0^\theta e^{p^2} dp \right] \\ &= i \left[1 - \theta G(\theta) \right] \end{aligned} \quad (36)$$

où la fonction $G(\theta)$ est définie par :

$$G(\theta) = 2 e^{-\theta^2} \int_{-i\infty}^{\theta} e^{p^2} dp \quad (37)$$

$G(\theta)$ est aussi égale à $Z(-\theta)$, la fonction de dispersion des plasmas, tabulée par FRIED et CONTE (1961) :

$$Z(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{x - \theta} \quad (38)$$

L'application de ces résultats au calcul de la section efficace de diffusion à l'aide de (34) montre que le spectre diffusé est différent selon que la grandeur $\alpha = 1 / hk$ est supérieure ou inférieure à l'unité.

Dans le premier cas, celui des longueurs d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, ($\alpha > 1$) supérieures à la distance de DEBYE h , on obtient un spectre dit "ionique", qui, présente une légère dépression à la fréquence centrale ω_0 suivie d'une bosse au voisinage de $\omega = k \left(\frac{2KT}{m_i} \right)^{1/2}$, c'est-à-dire de $\theta_i = 1$; celle-ci correspond approximativement à la résonance pseudo-sonore du plasma. De plus, ce spectre présente une pointe prononcée au voisinage de ω_{pe} , la fréquence plasma des électrons (voir figure 1).

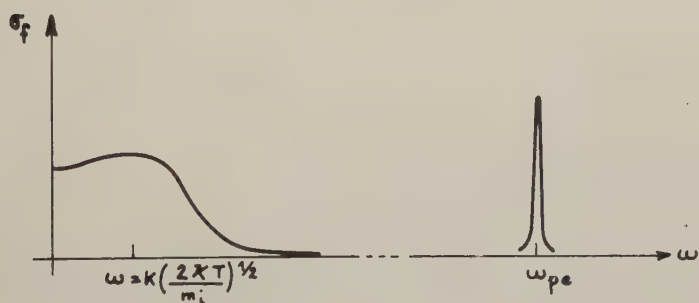


Figure 1

Spectre diffusé par un plasma
sans collisions avec

$$T_e = T_i \text{ et } \alpha > 1.$$

Dans le cas opposé, $\alpha < 1$, le spectre est dit "électronique"; il est purement gaussien (σ_b ppl à $\exp -\theta_e^2$) et sa largeur est déterminée par la vitesse thermique des électrons.

Rappelons que ces spectres sont identiques à ceux obtenus indépendamment de la même époque par J.A. FEJER / 4 / et E.E. SALPETER / 5 / par des méthodes différentes.

Il est important de remarquer que l'élément dissipatif qui intervient dans ce calcul (comme dans le suivant) concernant un plasma sans collisions est constitué par l'amortissement de LANDAU et l'application du théorème de NYQUIST se trouve ainsi justifiée.

Ce cas a été traité en 1961 par D.T. FARLEY, J.P. DOUGHERTY et D.W. BARRON / 7 /. Comme on le verra, la présence d'un champ magnétique permanent n'affecte la forme du spectre diffusé que dans le cas où le vecteur $\vec{k} = \vec{k}_o - \vec{k}_s$ est presque perpendiculaire au champ B_o . Le spectre diffusé comporte alors des pointes de plus en plus prononcées et généralement séparées par des intervalles de fréquences égales à la gyrofréquence des ions. La présence du champ $\vec{B}_o$ ne modifie pas la puissance diffusée totale. Le calcul repose sur le théorème de NYQUIST généralisé comme dans le cas précédent mais la détermination de l'admittance devient très laborieuse. Grâce à une approximation "électrostatique" qui s'avère possible, il peut cependant être simplifié. La section efficace différentielle de diffusion est toujours donnée par (34) ou son équivalent :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) = r_e^2 \frac{KT k^2}{\pi \omega^2} \text{Re}(Y'_{zz}) d\omega \quad (34')$$

dont la forme invariante est :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) = r_e^2 \frac{KT}{\pi \omega^2} \text{Re}(k_i Y_{ij} k_j) d\omega \quad (34'')$$

où :

$$Y' = \frac{Y_e (Y_i - \Gamma/e^2)}{Y_i + Y_e - \Gamma/e^2} = \frac{N_o \omega}{KT k^2} Y' \quad (32)$$

et $\vec{k} = (0, 0, k)$

Cependant le tenseur admittance $Y_{i,e}$ cesse d'être diagonal lorsque l'on est en présence d'un champ magnétique permanent, et l'on peut se demander si l'utilisation du théorème de NYQUIST, tel qu'il a été généralisé par CALLEN et WELTON pour le cas d'un système dissipatif à un seul degré de liberté, est toujours justifiée. Or une généralisation encore plus étendue du théorème a été faite en 1952 par CALLEN, BARASCH et JACKSON / 13 / où ces auteurs considèrent un système à plusieurs degrés de liberté, tel que si un ensemble de forces généralisées $V_1, V_2, \dots$ lui sont appliquées, les réponses $I_1, I_2, \dots$ produites sont telles que le travail des forces s'exprime par la somme $\sum V_j(t) I_j(t)$, (avec une dépendance exponentielle en fonction du temps) et que l'on puisse écrire :

$$I_j = \sum_k Y_{jk}(\omega) \cdot V_k$$

Ils montrent que dans ces conditions, à l'équilibre thermique à la température T , les réponses $I(\omega)$ sont des fonctions stochastiques du temps satisfaisant la relation :

$$\langle |I_j(\omega) I_k(\omega)| \rangle d\omega = \frac{KT}{2\pi} \text{Re} [Y_{jk}(\omega) + Y_{kj}(\omega)] d\omega \quad (39)$$

où $Y_{jk}(\omega)$ est le tenseur "admittance généralisée".

J. P. DOUGHERTY, D. T. FARLEY et D. W. BARRON font alors remarquer que le premier membre de (39) est la fonction spectrale d'une certaine fonction d'inter-corrélation entre $I_j(t)$ et $I_k(t)$, évalués à des temps séparés par des intervalles τ :

$$\frac{1}{2} \langle I_j^*(t) I_k(t+\tau) + I_k^*(t) I_j(t+\tau) \rangle = \int \langle |I_j(\omega) I_k(\omega)| \rangle e^{i\omega\tau} d\omega \quad (40)$$

S'il n'y a qu'un seul degré de liberté, l'expression (39) devient :

$$\langle |I(\omega)|^2 \rangle d\omega = \frac{KT}{\pi} \operatorname{Re} [\dot{Y}(\omega)] d\omega, \quad (41)$$

et constitue le théorème utilisé dans le cas sans champ magnétique. Or, même si le tenseur admittance $Y_{jk}(\omega)$ n'est pas diagonal, seuls ses éléments diagonaux fournissent la densité spectrale des variables de sorte que faisant $j = k$ dans (39) on peut écrire :

$$\langle |I_j(\omega)|^2 \rangle d\omega = \frac{KT}{\pi} \operatorname{Re} [Y_{jj}(\omega)] d\omega \quad (42)$$

Ceci montre que les résultats utilisés formellement dans le cas sans champ magnétique demeurent valables en présence de celui-ci, à la condition d'évaluer de nouveaux tenseurs admittance $Y^{i,e}$ (dans l'expression de Y) en tenant compte de l'action des forces magnétiques sur les particules.

Pour calculer ces admittances, les auteurs considèrent à nouveau un gaz sans collisions régi par l'équation de BOLTZMANN linéarisée, sans second membre représentant l'évolution de la fonction de distribution $f(v)$ des particules, telle que :

$$f(v) = f_0(v) + f_1(v),$$

où $f_1(v)$ est la perturbation et $f_0(v)$ ne dépend que de l'énergie $W = \frac{1}{2}mv^2$. La linéarisation habituelle permet d'écrire :

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{df_0}{dt} \right)_{\text{sur l'orbite exacte}} + \left(\frac{df_1}{dt} \right)_{\text{sur l'orbite non perturbée}} = 0 \quad (43)$$

Les forces agissant sur la particules en $(\vec{r}, \vec{v}, t)$ dans l'espace des phases sont la force de LORENTZ $-\frac{e}{c} \vec{v} \wedge \vec{B}_0$ et la force fictive spontanée $\vec{F}(\vec{r}, t)$ appliquée aux électrons.

La première ne produisant pas de travail, on a :

$$\left(\frac{dW}{dt} \right)_{\text{sur l'orbite exacte}} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (44)$$

Combinant (43) et (44), on obtient :

$$\left(\frac{df_1}{dt} \right)_{\text{sur l'orbite non perturbée}} = - \vec{F}(\vec{r}, t) \cdot \vec{v} \frac{df_0}{dW} \quad (45)$$

Cette équation veut dire que si l'on se donne $f_1(v)$ à l'instant initial t_0 pour trouver $f_1(\vec{r}, \vec{v}, t)$ à l'instant $t > t_0$, il faut d'abord construire l'orbite non perturbée qui arrive en $(\vec{r}, \vec{v})$ au temps t , puis intégrer le membre de droite de (45) le long de cette orbite de t_0 à t .

Pour faire ce calcul les auteurs utilisent un système de coordonnées complexe (introduit par le Dr O. BUNEMAN en 1960) défini comme suit en fonction des coordonnées cartésiennes x, y, z habituelles :

$$x_{\pm 1} = (x \pm i y) / \sqrt{2} \quad \text{et} \quad x_0 = z \quad (46)$$

Avec ces nouvelles coordonnées, dont les indices sont désignés par des lettres grecques (γ, μ, ν) le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ réels ou complexes est donné par :

$$\vec{A}^* \cdot \vec{B} = A_1 B_{-1} + A_0 B_0 + A_{-1} B_1 = \sum_{\gamma} A_{-\gamma} B_{\gamma}$$

Désignant par $\vec{u}$ ppl. à $\exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ la vitesse moyenne des particules, on a :

$$N_0 u_{\mu} = \int v_{\mu} f_1 d^3 v = \sum_{\nu} Y_{\mu \nu} F_{\nu} \quad (47)$$

où $f_1(\vec{r}, \vec{v}, t)$ doit être calculé d'après (45).

On trouve ainsi :

$$Y_{\mu \nu} = - \int_V \frac{df_0}{dW} v_{\mu} v_{-\nu} \int_{t_0}^{\infty} \exp \left[-i(\omega + \nu \Omega) t + i \sum_{\gamma} k_{-\gamma} v_{\gamma} \tau_{\gamma}(t) \right] dt d^3 v \quad (48)$$

où

$$\Omega = \frac{e B_0}{mc} \quad \text{et} \quad \tau_{\gamma} = \frac{e^{i\gamma\Omega} t - 1}{i\gamma\Omega} \quad (\text{avec } \gamma = 1, 0, -1)$$

dans cette expression $d^3 v$ doit être interprété comme $dv_x dv_y dv_z$ dans le système de coordonnées cartésien habituel.

Après intégration on obtient :

$$Y_{\mu \nu} = \frac{N_0 \omega}{KT k^2} Y_{\mu \nu} \quad (49)$$

où :

$$y_{\mu\nu} = \frac{1}{2\theta} \int_0^\infty e^{-i\theta t + g(t)} F_{\mu\nu} dt$$

$$g(t) = -\theta^{-2} \sin^2 \alpha \sin^2 \frac{1}{2} \theta t - \frac{1}{4} t^2 \cos^2 \alpha$$

et
$$F_{\mu\nu} = \exp \left[-\frac{1}{2} i (\mu + \nu) \theta t \right] \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{2 k_\mu k_\nu \sin \frac{1}{2} \mu \theta t \sin \frac{1}{2} \nu \theta t}{k^2 \theta^2 \mu \nu} \right)$$

avec : $\theta = \frac{\Omega}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2}$; $\theta = \frac{\omega}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2}$, α étant l'angle entre les vecteurs $\vec{k}$ et $\vec{B}_0$.

L'expression de la composante y_{zz} de l'admittance se calcule à partir de la relation :

$$y_{zz} = \frac{1}{k^2} \sum_{\mu} \sum_{\nu} y_{\mu\nu} k_{\mu}^* k_{\nu}$$

qui donne (lorsque $\cos \alpha \neq 0$) :

$$y_{zz}(\theta, \alpha, \theta) = i + \theta \int_0^\infty \exp(-i\theta t - \theta^{-2} \sin^2 \alpha \sin^2 \frac{1}{2} \theta t - \frac{1}{4} t^2 \cos^2 \alpha) dt \quad (50)$$

Les auteurs montrent en effet que la composante cherchée y'_{zz} du tenseur "admittance généralisée" figurant dans (32) et donc dans l'expression de la section efficace de diffusion est (avec une approximation peu restrictive) encore donnée dans ce cas, comme dans le cas sans champ magnétique, par :

$$y'_{zz} = \frac{y_{zz}^e (y_{zz}^i + i h^2 k^2)}{y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2} \quad (51)$$

où seules figurent les composantes y_{zz} des admittances ionique et électronique.

L'approximation consiste soit à ne considérer que les angles α pas trop voisins de $\pi/2$ de telle sorte que l'on ait :

$$\cos \alpha \gg \sqrt{2} \theta_i (h k)^{-2} \frac{KT}{m_i c^2} \quad (52)$$

soit à admettre que le champ dans le plasma est purement électrostatique ($\nabla \cdot \vec{E} = 0$) et à remplacer les équations de MAXWELL par l'équation de POISSON dans l'évaluation de y' . On a donc finalement pour le spectre diffusé en présence du champ $\vec{B}_0$ l'expression :

$$\sigma_b(\omega_0 \pm \omega) d\omega = N_0 r_e^2 \operatorname{Re}(y'_{zz}) \frac{d\omega}{\pi \omega}$$

identique à celle (34) relative au cas sans champ magnétique avec y'_{zz} donné par (51), comme dans ce dernier cas, seules les admittances ionique et électronique données par l'expression (50) faisant intervenir le champ $\vec{B}_0$.

On remarque que (50) s'écrit aussi :

$$y_{zz}(\theta, \alpha, \phi) = i + \theta J(\theta, \phi, \alpha) \quad (50')$$

où $J(\theta, \phi, \alpha)$ est l'intégrale de GORDEYEV normalisée.

Le calcul montre que l'influence du champ magnétique sur le spectre diffusé ne se manifeste qu'au voisinage de $\alpha \sim \pi/2$:

- 1 - lorsque $h^2 k^2 \ll 1$ (longueur d'onde grande par rapport à la distance de DEBYE) des pics distants approximativement de la gyrofréquence des ions apparaissent sur le spectre ("ionique") si l'écart à l'orthogonalité est inférieur à environ $\phi_i/2$ radians ; le pic à la fréquence plasma restant pratiquement inchangé,
- 2 - lorsque $h^2 k^2 \gg 1$, des pics distants exactement de la gyrofréquence des électrons apparaissent sur le spectre ("électronique") si l'écart à l'orthogonalité est inférieur à environ ϕ_e radians.

Ces résultats sont identiques à ceux obtenus indépendamment par FEJER / 4 /, SALPETER / 14 /, / 15 / et HAGFORS / 16 / en 1961, par des méthodes différentes.

Cas C - Plasma avec collisions électrons-neutres et ions-neutres

J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY ont été les premiers à publier en 1963 / 6 / une théorie satisfaisante de l'effet des collisions sur le spectre diffusé par un plasma en équilibre thermodynamique. Cette théorie est basée sur une étude de J. P. DOUGHERTY de la conductivité d'un gaz partiellement ionisé dans des champs électriques alternatifs / 17 / où l'auteur, fait remarquer que les collisions ne doivent affecter la distribution des particules que dans l'espace des vitesses et utilise dans son calcul une équation de BOLTZMANN avec un terme de relaxation qui assure la conservation locale du nombre de particules, comme proposé en 1954 par BHATNAGAR, GROSS et KROOK / 18 /.

Avec $f(v) = f_0(v) + f_1(v)$, où $f_0(v)$ est la distribution maxwellienne cette équation de BOLTZMANN pour une seule espèce de particules s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_q \frac{df}{dv_q} + \frac{e}{m} \left[\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \wedge \vec{B} \right]_q \frac{\partial f}{\partial v_q} = \frac{\partial f}{\partial t}_{\text{coll.}} = - \nu \left(f_1 - \frac{N_1}{N_0} f_0 \right) \quad (53)$$

où $N = N_0 + N_1$; $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$; f_1 ; N_1 , $\vec{B}_1$, $\vec{E}_1$ sont des perturbations respectives de la fonction de distribution, de la densité du champ magnétique et du champ électrique dans le milieu (avec $\vec{E}_0 = 0$), proportionnelles à $\exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})$ et ν la fréquence de collisions des particules.

On voit sur (53) que comme requis, $\int \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\text{coll.}} d^3v = 0$, ce qui n'est pas le cas pour $\left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\text{coll.}} = - \nu f_1$ par exemple.

De (53) on tire :

$$i(\omega - i\nu - \vec{k} \cdot \vec{v}) f_1 + \frac{e}{mc} (\vec{v} \wedge \vec{B}_0)_q \frac{\partial f_1}{\partial v_q} = - \frac{e}{m} E_q \frac{\partial f_0}{\partial v_q} + \nu \frac{N_1}{N_0} f_0 \quad (54)$$

En effet le terme $(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)_q \frac{\partial f_0}{\partial v_q} = 0$, la fonction $f_0(v)$ étant supposée isotrope.

Cette équation peut s'écrire sous la forme :

$$\mathfrak{D} f_1 = - \frac{e}{m} E_q \frac{\partial f_0}{\partial v_q} + \nu \frac{N_1}{N_0} f_0 = g(v) \quad (54')$$

où $\mathfrak{D}$ est un opérateur différentiel. Puisque :

$$N_1 = \int f_1(v') d^3v' \quad \text{et} \quad f_1 = \mathfrak{D}^{-1} g(v)$$

on obtient :

$$N_1 = \frac{- (e/m) E_q \int \mathfrak{D}^{-1} \left(\frac{\partial f_0}{\partial v'_q} \right) d^3v'}{1 - (\nu/N_0) \int \mathfrak{D}^{-1} f_0 d^3v'} \quad (55)$$

Reporté dans $g(v)$, ce résultat permet d'obtenir une expression explicite de $f_1(v)$.

On a d'autre part pour la densité de courant $\vec{j}$ les relations :

$$\vec{j} = e \int f_1 \vec{v} d^3v \quad \text{et} \quad \vec{j} = \vec{\sigma} \cdot \vec{E}$$

où $\vec{\sigma}$ est le tenseur de conductivité.

Elles permettent d'écrire les composants de ce tenseur, compte tenu de (54') et (55), sous la forme suivante :

$$\sigma_{pq} = \frac{e^2}{KT} \left[\int v_p \mathcal{D}^{-1} (v_q f_o) d^3v + \frac{\mathcal{V} \left\{ \mathcal{D}^{-1} (v_q f_o) d^3v \right\} \left\{ \int v_p \mathcal{D}^{-1} f_o d^3v \right\}}{N_o - \mathcal{V} \int \mathcal{D}^{-1} f_o d^3v} \right] \quad (56)$$

où l'on a utilisé la relation: $\partial f_o / \partial v_p = -m v_p f_o / KT$ valable pour la distribution maxwellienne.

C.1 - Calcul de σ_{pq} en l'absence de champ magnétique .

Lorsque $\vec{B}_o = 0$, les équations (54) et (54') donnent :

$$f_1 = \mathcal{D}^{-1} g = \frac{g(\vec{v})}{i(\omega - i\mathcal{V}) - \vec{k} \cdot \vec{v}} \quad (57)$$

Choisissant $\vec{k} = (0, 0, k)$, et adoptant pour f_o la distribution maxwellienne, on trouve que le tenseur σ_{pq} est diagonal.

Sa composante σ_{zz} se calcule aisément et permet d'exprimer avec les nouvelles variables suivantes :

$$\theta = \frac{\omega}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2} ; \quad \psi = \frac{\mathcal{V}}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2} ; \quad \eta = v_z \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2} \quad (58)$$

la composante y_{zz} du tenseur admittance, défini par :

$$\frac{\vec{z}}{y} = \frac{KT k^2}{N_o e^2 \omega} \vec{\sigma} \quad (59)$$

Cette composante s'écrit en fonction de θ, ψ, η :

$$y_{zz} = \frac{-i}{\pi^{1/2} \theta} \int \frac{\eta^2 e^{-\eta^2} d\eta}{\theta - i\psi - \eta} - \frac{\psi}{\theta} \left[\frac{1}{\pi^{1/2}} \int \frac{\eta e^{-\eta^2} d\eta}{\theta - i\psi - \eta} \right]^2 \cdot \left[1 + \frac{i\psi}{\theta} \int \frac{e^{-\eta^2} d\eta}{\theta - i\psi - \eta} \right]^{-1} \quad (60)$$

où les intégrales sont de $-\infty$ à $+\infty$ mais doivent être faites suivant un certain contour C dans le plan complexe η ; ce contour est l'axe réel si $\text{Im}(\theta - i\psi) < 0$; c'est l'axe réel avec une boucle passant au dessus du pôle $\eta = \theta - i\psi$, lorsque $\text{Im}(\theta - i\psi) > 0$.

On peut simplifier (60) en introduisant la fonction $G(\xi)$ telle que :

$$G(\xi) \equiv \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\eta^2}}{-\eta} d\eta \equiv 2 e^{-\xi^2} \int_{-i\infty}^{\xi} e^{p^2} dp . \quad (60')$$

$G(\xi)$ est liée à la "fonction plasma" $Z(\xi)$ tabulée par FRIED et CONTE / 19 / :

$$G(\xi) = Z(-\xi) .$$

La composante y_{zz} s'écrit alors :

$$y_{zz}(\theta, \psi) = \frac{(\theta - i\psi) G(\theta - i\psi) - 1}{i - \psi G(\theta - i\psi)} . \quad (61)$$

C.2 - Calcul de σ_{pq} en présence d'un champ magnétique

Lorsque $\vec{B}_0 \neq 0$, la solution de l'équation

$$\mathcal{D} f_1 = g(v) \quad (62)$$

devient plus difficile.

J. P. DOUGHERTY utilise pour cela la même méthode que dans l'étude sans collisions / 7 / (voir cas B ci-dessus), l'opérateur $\mathcal{D}$ était représenté par une dérivée par rapport au temps évaluée le long de l'orbite non perturbée d'une particule dans l'espace des phases. Dans le présent calcul l'orbite "non perturbée" continue à désigner l'orbite moyenne d'une particule dans le champ magnétique sans collisions, celles-ci s'introduisant dans (62), d'après l'équation (54) par le remplacement de ω par $\omega - i\nu$ d'une part et l'apparition de $\vec{B}_0$ dans l'expression de $g(v)$, d'autre part. Le calcul précédent conduit alors à écrire :

$$f_1 = \mathcal{D}^{-1} g(\vec{v}) = \int_0^\infty g(\vec{v}^{(t)}) \exp \left[-i(\omega - i\nu)t + i\vec{v} \cdot \vec{p}(t) \right] dt \quad (63)$$

où $\vec{v}^{(t)}$ désigne la vitesse d'une particule à un moment antérieur de t sec. à l'instant où elle a la vitesse spécifiée $\vec{v}$, en admettant qu'elle parcourt l'orbite non perturbée ; $\vec{p}(t)$ est un vecteur caractéristique de cette orbite et aussi du nombre d'ondes $\vec{k}$; ici le facteur exponentiel est une fonction de transfert (ou facteur intégrant) représentant l'influence des conditions antérieures de t sec : il traduit l'accumulation des perturbations subies antérieurement par la particule.

Appliquant ensuite la relation (63) successivement aux diverses intégrales de l'expression (56) du tenseur de conductivité, on trouve pour la composante σ_{zz} :

$$\sigma_{zz} = \frac{N_o e^2}{KT k^2} \cdot \frac{[i + (\omega - i\nu) I] \omega}{1 - \nu I} \quad (64)$$

où :

$$I = \int_0^\infty \exp \left[-i(\omega - i\nu)t - p^2 KT/2m \right] dt .$$

Compte tenu de la définition (59) de y_{zz} , on obtient enfin pour cette composante de l'admittance :

$$y_{zz} = \frac{1 + (\theta - i\Psi) J}{1 - \Psi J} \quad (65)$$

où J est l'intégrale de GORDEYEV normalisée :

$$J(\theta - i\Psi, \phi, \alpha) \equiv \int_0^\infty \exp \left[-i(\theta - i\Psi)t - \phi^{-2} \sin^2 \alpha \sin^2 \left(\frac{1}{2} \phi t \right) - \frac{1}{4} t^2 \cos^2 \alpha \right] dt \quad (66)$$

où, rappelons le :

$$\Psi = \frac{\nu}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2} ; \quad \phi = \frac{\Omega}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2} ; \quad \theta = \frac{\omega}{k} \left(\frac{m}{2KT} \right)^{1/2} ; \quad \alpha = \text{l'angle entre } \vec{k} \text{ et } \vec{B}_o .$$

C.3 - Résultats obtenus avec $\vec{B}_o = 0$ et avec $\vec{B}_o \neq 0$ en présence de collisions,
lorsque $T_e = T_i$.

On a vu que le calcul de la section efficace différentielle de diffusion s'effectue dans ces deux cas au moyen des expressions générales (51) et (52) qui restent toujours valables à la condition d'y exprimer $y_{zz}^{i,e}$ par la relation (61) si $\vec{B}_o = 0$ ou (65) si $\vec{B}_o \neq 0$. Les résultats de quelques calculs faits à la machine avec $\Psi_i / \Psi_e = 10$ ont été publiés par J.P. DOUGHERTY et D.T. FARLEY en 1963 / 6 /.

Ces calculs montrent qu'en l'absence de champ magnétique l'effet des collisions est de resserrer le spectre diffusé autour de la fréquence centrale qu'il s'agisse du spectre dit "ionique" (lorsque $h^2 k^2 < 1$) ou du spectre "électronique" ($h^2 k^2 > 1$). Dans le premier cas "l'épaule" du spectre ionique (située vers $\theta_i \sim 1$) tend à disparaître lorsque les fréquences de collisions augmentent et le spectre tend à former une seule raie de plus en plus étroite autour de la fréquence centrale. Le pic à la fréquence plasma s'élargit au contraire si les collisions augmentent.

Dans le cas où $\vec{B}_0 \neq 0$, les pics qui se manifestent sur le spectre lorsque l'angle des vecteurs $\vec{k}$ et $\vec{B}_0$ est voisin de $\pi / 2$, s'estompent en présence des collisions et disparaissent complètement pour des valeurs de $\Psi_{i,e}$ suffisamment élevées (par exemple $\Psi_i = 0,1$ avec $\phi_i = 0,1$) tandis que l'ensemble du spectre se resserre autour de ω_0 , comme dans le cas où $\vec{B}_0 = 0$.

Les auteurs montrent par ailleurs que les collisions ne modifient pas la puissance totale diffusée.

Rappelons enfin que l'influence des collisions sur le spectre diffusé avait été envisagée dès 1960 par FEJER / 20 /, puis par RENAULT / 21 / et par HAGFORS / 16 / en 1961. Le premier de ces auteurs introduit les collisions au moyen de l'équation de LANGEVIN, par analogie avec la théorie du mouvement brownien. Ses résultats ne concernent cependant que le cas des fréquences de collision élevées (Ψ_i ou $\Psi_e \gg 1$) et sont d'accord avec la limite correspondante du spectre obtenu par J.P. DOUGHERTY et D.T. FARLEY. RENAULT et HAGFORS ont entrepris leurs calculs avec un terme de relaxation simple ($-\gamma f_1$) permettant de remplacer ω par $\omega - i\gamma$, mais n'ont finalement établi l'expression du spectre que pour le cas sans collisions.

III - EXTENSION DE LA THEORIE AVEC COLLISIONS AU CAS $T_e \neq T_i$.

La nécessité de cette extension apparaît en raison du fait que dans les plasmas produits au laboratoire au moyen des sources habituelles (plasmas "de diffusion" engendrés par une décharge entre cathode chaude et plaques concentriques : plasmas des "Q-machines", produits par ionisation thermique du césium par exemple ; plasmas engendrés par la haute fréquence, etc...) les températures électroniques sont en général nettement supérieures à celles des ions. D'ailleurs, le chauffage de ces derniers en vue de la fusion thermo-nucléaire s'avère particulièrement difficile, alors que la H.F. par exemple permet assez aisément de chauffer les électrons jusqu'à plusieurs keV.

En même temps, les mesures des fonctions de distribution des électrons et des ions dans ces plasmas conduisent à penser que chacune de ces populations est pratiquement en équilibre, l'une à la température T_e , l'autre à T_i . Une telle situation semble imposée par les conditions de production du plasma et par ses dimensions finies, mais constitue une réalité à laquelle la théorie doit être adaptée. En effet, l'utilisation de la diffusion incohérente pour le diagnostic des plasmas présente un très grand intérêt car l'obtention des spectres diffusés n'exige pas l'introduction de sondes perturbatrices (ou susceptibles de se volatiliser dans des plasmas très chauds) et que d'autre part la forme des spectres permet de déterminer les deux températures T_e et T_i . D'ailleurs cette utilisation a déjà été entreprise avec des longueurs d'onde très courtes (par exemple avec les lasers) qui fournissent des spectres "électroniques" dont la demi-largeur est une mesure de T_e . Plus récemment, des dispositifs à haute sensibilité on pu être réalisés à Saclay, par NGUYEN TRONG KHOI / 9a / d'une part et D. BIZE / 9b / d'autre part. Fonctionnant sur des ondes centimétriques, ils fournissent des spectres "ioniques", dont l'interprétation nécessite évidemment la connaissance de l'effet des collisions lorsque $T_e \neq T_i$.

3.1 - Extension proposée du théorème de NYQUIST généralisé à un plasma avec $T_e \neq T_i$.

CALLEN et WELTON d'une part / 12 /, CALLEN et GREEN / 22 / d'autre part, ont établi que la force spontanée fluctuante $V(\omega)$ que produit un système en équilibre thermique à la température T , ayant une résistance généralisée $R(\omega)$ est donnée par l'expression :

$$\langle V^2 \rangle d\omega = \frac{KT}{\pi} R(\omega) d\omega \quad (67)$$

Si $Z(\omega) = 1 / Y(\omega)$ est l'impédance généralisée du système $Y(\omega)$ étant son admittance généralisée, on peut écrire (67) sous la forme :

$$\langle V^2 \rangle d\omega = \frac{KT}{\pi} \operatorname{Re} \left(\frac{1}{Y(\omega)} \right) d\omega = \frac{KT}{\pi} \frac{\operatorname{Re} Y(\omega)}{|Y(\omega)|^2} \quad (67')$$

La réponse $I(\omega)$ du système étant définie par :

$$I(\omega) = V(\omega) / Z(\omega) = V(\omega) Y(\omega),$$

son intensité spectrale est donnée par :

$$\langle |I(\omega)|^2 \rangle d\omega = \langle V^2 \rangle |Y(\omega)|^2 d\omega = \frac{KT}{\pi} \operatorname{Re} Y(\omega) d\omega \quad (68)$$

C'est sous cette forme que le théorème a été appliqué au problème du spectre diffusé dans ce qui précède.

Remarquons que d'après (67) si l'impédance $Z(\omega)$ est purement réelle (R), l'énergie des fluctuations ou travail instantané de la force fluctuante est :

$$\langle W \rangle = \langle V^2 \rangle / R$$

soit KT par intervalle de fréquence, ou degré de liberté du système comme envisagé par NYQUIST dans son mémoire original / 11 / . Lorsque $Z(\omega)$ est complexe cette énergie est réduite d'un facteur < 1 .

Dans un plasma à deux populations (électrons et ions) de température T_e et T_i ayant une énergie totale $N_0 K (T_e + T_i)$, les fluctuations $\Delta N(t)$ de la densité électronique N_0 ne sont pas indépendantes de celles de la densité ionique, du fait de l'existence de corrélations électron-électron induites par la présence des ions en mouvement. On peut donc considérer que les fluctuations globales $\Delta N(t)$ des électrons sont le résultat de la superposition de fluctuations électroniques associées à l'énergie interne "électronique" $N_0 K T_e$ du plasma d'une part et de fluctuations "induites" par le mouvement des ions et associées à l'énergie interne "ionique" $N_0 K T_i$ d'autre part.

On peut admettre que cette superposition est linéaire en ce qui concerne les "réponses" électronique $I_1^e(\omega)$ et ionique $I_2^e(\omega)$ des deux forces fictives correspondantes V_1 et V_2 agissant sur les électrons, respectivement associées aux températures T_e et T_i du plasma, de sorte que :

$$I_T^e(\omega) = I_1^e(\omega) + I_2^e(\omega) \quad (69)$$

Compte tenu des phases aléatoires, l'intensité spectrale totale des fluctuations électroniques pourra alors s'écrire :

$$\langle |I_T^e(\omega)|^2 \rangle = \langle |I_1^e(\omega)|^2 \rangle + \langle |I_2^e(\omega)|^2 \rangle \quad (70)$$

Appliquant le théorème de NYQUIST (68) à chacun des termes du second membre, on aura :

$$\langle |I_T^e(\omega)|^2 \rangle d\omega = \frac{KT_e}{\pi} \operatorname{Re} Y_1(\omega) d\omega + \frac{KT_i}{\pi} \operatorname{Re} Y_2(\omega) d\omega \quad (71)$$

où $Y_1(\omega)$ et $Y_2(\omega)$ sont les admittances associées aux "sources de bruit" correspondantes c'est-à-dire aux énergies internes $N_0 KT_e$ et $N_0 KT_i$ du plasma.

Dans le cas où Y_1 et Y_2 seraient réelles, l'énergie des fluctuations électroniques serait $K(T_e + T_i)$ par intervalle de fréquence ; elle se réduirait à KT_e si l'admittance Y_2 s'annulait (ions immobiles). Compte tenu de ce qui précède, on devra déterminer $\operatorname{Re} Y_1(\omega)$ et $\operatorname{Re} Y_2(\omega)$ en décomposant la partie réelle de l'admittance totale du plasma d'électrons et d'ions $\operatorname{Re} Y_T(\omega)$ (que l'on sait calculer) en ses parties électronique et "ionique" de telle sorte que cette dernière disparaisse lorsque la conductivité ionique s'annule. On calculera ensuite $\langle |I_T^e(\omega)|^2 \rangle$ et donc $\langle |\Delta N(k, \omega)|^2 \rangle$ par la relation (71).

Nous verrons que cette méthode et les hypothèses qu'elle implique sont justifiées par leurs conséquences.

Rappelons à ce sujet que E. E. SALPETER dans son intéressante étude sur "les fluctuations de densité dans un plasma hors d'équilibre" / 23 / basée sur des considérations de mécanique statistique (faisant intervenir les fonctions de corrélation w_{ee} électron-électron ; w_{ei} électron-ion ; w_{ii} ion-ion) a déjà été amené à distinguer dans la fluctuation quadratique moyenne $\langle |\rho_{ke}|^2 \rangle$ de la charge électronique ($\rho_{ke} = e \cdot \Delta N(k)$), une partie électronique $\langle |\rho_{ke}|^2 \rangle^e$ où les ions ne jouent aucun rôle (et qui s'obtient en faisant tendre vers zéro la charge des ions dans l'expression générale de $\langle |\rho_{ke}|^2 \rangle$) et une partie ionique $\langle |\rho_{ke}|^2 \rangle^i$ représentant l'effet de la corrélation entre deux électrons en présence des ions. Ceci lui a permis d'établir que l'intensité totale diffusée, dans le cas général où T_e et T_i sont quelconques est donnée par l'expression :

$$\sigma_T = \langle |\rho_{ke}|^2 \rangle \frac{r_e^2}{e^2} = N_0 r_e^2 \left\{ \frac{1 + \alpha_i^2}{1 + \alpha_e^2 + \alpha_i^2} + \frac{(T_i - T_e) \alpha_e^2 \alpha_i^2}{T_e (1 + \alpha_e^2)(1 + \alpha_e^2 + \alpha_i^2)} \right\} \quad (72)$$

où : $\alpha_{i,e}^2 = 1 / k^2 h_{i,e}^2$

On voit que σ_T est d'autant plus faible que la température ionique T_i est plus faible, la parenthèse se réduisant à $\frac{1}{1 + \alpha_e^2}$ lorsque $T_i = 0$.

3.2 - Détermination de l'admittance généralisée Y' et de la section efficace de diffusion dans le cas $T_e \neq T_i$.

Nous avons vu au Chapitre II que l'admittance généralisée d'un plasma d'électrons et d'ions que l'on désigne par $Y'(\omega)$ pour la distinguer des conductivités réduites électroniques et ioniques Y^e et Y^i du plasma (définies par $\sigma_e = e^2 Y^e$ et $\sigma_i = e^2 Y^i$, où $\sigma_{e,i}$ sont les conductivités classiques), se calcule à partir des équations de MAXWELL d'une part et des équations habituelles du plasma d'autre part, dans lesquelles le flux d'électrons est considéré comme la résultante de l'action du champ électrique $\vec{E}$ de l'onde électromagnétique présente dans le plasma et de celle de la force fictive $\vec{F}$ responsable des fluctuations de la densité électronique ; le flux d'électrons est alors lié à $\vec{F}$ par la relation :

$$N_o \vec{u}_e = Y' \cdot \vec{F} \quad (73)$$

où Y' est le tenseur admittance cherché.

D'après notre hypothèse la force fictive totale $\vec{F}$ agissant sur les électrons est la résultante d'une force $\vec{F}_1$ due à la source d'énergie interne $N_o KT_e$ du plasma et d'une force $\vec{F}_2$ associée à l'énergie interne $N_o KT_i$; de son côté l'admittance totale Y'_T du plasma est la somme de son admittance électronique Y'_1 et de son admittance ionique Y'_2 de sorte que (73) s'écrit :

$$N_o \vec{u}_e = (Y'_1 + Y'_2) (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = Y'_1 \vec{F}_1 + Y'_2 \vec{F}_2 \quad (73')$$

les termes d'indices différents ne donnant pas de contribution.

Cette équation exprime d'une manière différente la relation (69) et compte tenu de (67') et des phases aléatoires, donne pour l'intensité spectrale totale l'expression :

$$\begin{aligned} \langle |N_o \vec{u}_e|^2 \rangle d\omega &= |Y'_1|^2 \frac{KT_e}{\pi} \operatorname{Re} \frac{1}{Y'_1} d\omega + |Y'_2|^2 \frac{KT_i}{\pi} \operatorname{Re} \frac{1}{Y'_2} \\ &= \frac{KT_e}{\pi} \operatorname{Re} Y'_1(\omega) d\omega + \frac{KT_i}{\pi} \operatorname{Re} Y'_2(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (71')$$

identique à (71).

$\operatorname{Re} Y'_1(\omega)$ et $\operatorname{Re} Y'_2(\omega)$ dont la somme est égale à $\operatorname{Re} Y'_T$ seront obtenues en distinguant dans $\operatorname{Re} Y'_T$ la partie qui s'annule lorsque les ions sont au repos, et qui correspond à $\operatorname{Re} Y'_2(\omega)$.

Rappelons que l'on trouve pour la composante Y'_{zz} du tenseur Y'_T l'expression :

$$Y'_{zz} = \frac{(Y_{zz}^i - \omega / 4 \pi i e^2) Y_{zz}^e}{Y_{zz}^i + Y_{zz}^e - \omega / 4 \pi i e^2} \quad (32)$$

où $Y_{zz}^{e,i} = \sigma_{zz}^{e,i} / e^2$.

Si l'on refait les calculs des conductivités σ_e et σ_i avec des températures T_e et T_i différentes, selon les mêmes méthodes que celles utilisées par J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY (voir plus haut), on est amené à définir des nouvelles grandeurs y^e et y^i , associées à ces conductivités et donc à Y_{zz}^e et à Y_{zz}^i , comme suit :

$$y_{zz}^e = \frac{KT_e k^2}{N_o \omega} Y_{zz}^e ; \quad y_{zz}^i = \frac{KT_i k^2}{N_o \omega} Y_{zz}^i \quad (74)$$

et telles que, dans le cas sans champ magnétique et avec collisions :

$$y_{zz}^{i,e} = \frac{(\theta_{i,e} - i \psi_{i,e}) G(\theta_{i,e} - i \psi_{i,e}) - 1}{i - \psi_{i,e} G(\theta_{i,e} - i \psi_{i,e})} , \quad (75)$$

où les variables $\theta_{i,e}$, $\psi_{i,e}$ sont cette fois définies par :

$$\theta_{i,e} = \frac{\omega}{k} \left(\frac{m_{i,e}}{2 KT_{i,e}} \right)^{1/2} ; \quad \psi_{i,e} = \frac{y_{i,e}}{k} \left(\frac{m_{i,e}}{2 KT_{i,e}} \right)^{1/2}$$

et où

$$G(\xi) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\eta^2}}{\xi - \eta} d\eta .$$

Dans le cas avec champ magnétique, on aurait avec les mêmes variables, comme précédemment :

$$y_{zz}^{i,e} = \frac{i + (\theta_{i,e} - i \psi_{i,e}) J_{i,e}}{1 - \psi_{i,e} J_{i,e}} \quad (76)$$

où la fonction $J_{i,e}$ est l'intégrale de GORDEJEV :

$$J_{i,e} = J(\theta_{i,e} - i \psi_{i,e}, \phi_{i,e}, \alpha) = \int_0^\infty \exp \left[-i(\theta_{i,e} - i \psi_{i,e}) t - \phi_{i,e}^{-2} \sin^2 \alpha \sin^2 \frac{1}{2} \phi_{i,e} t - \frac{1}{4} t^2 \cos^2 \alpha \right] dt ,$$

avec

$$\phi_{i,e} = \frac{e}{k} \left(\frac{m_{i,e}}{2 k T_{i,e}} \right)^{1/2}.$$

Compte tenu de (74) et de (32) l'admittance généralisée du plasma Y'_{zz} doit maintenant s'écrire :

$$Y'_{zz} = \frac{N_o \omega}{K T_e k^2} \left\{ \frac{\left(\frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + i h^2 k^2 \right) y_{zz}^e}{\frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2} \right\} = \frac{N_o \omega}{K T_e k^2} \left\{ y'_{zz} \right\}. \quad (77)$$

La partie réelle de cette admittance :

$$\Re(Y'_{zz}) = \frac{N_o \omega}{K T_e k^2} \cdot \frac{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + i h^2 k^2 \right|^2 \Re(y_{zz}^e) + \frac{T_e}{T_i} \left| y_{zz}^e \right|^2 \Re(y_{zz}^i)}{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2 \right|^2} \quad (78)$$

comprend manifestement deux parties : l'une "ionique", s'annulant lorsque la conductivité ionique et donc y_{zz}^i s'annulent (ions immobiles) et représentée au numérateur par son second terme, l'autre partie, proportionnelle à $\Re(y_{zz}^e)$ constituant sa partie "électronique".

Dans ces conditions, nous obtiendrons l'intensité spectrale totale des fluctuations de la densité électronique $\langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle$ du plasma en utilisant la relation (71') où $\Re Y'_1(\omega)$ et $\Re Y'_2(\omega)$ se trouvent déterminées par les deux parties de (78).

On aura en effet :

$$\begin{aligned} \langle |\Delta N(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle d\omega &= \frac{k^2}{\omega^2} \langle |N_o \vec{u}_e|^2 \rangle = \\ &= \frac{k^2}{\omega^2} \left(\frac{N_o \omega}{K T_e k^2} \right) \left\{ \left(\frac{K T_e}{\pi} \right) \frac{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + i h^2 k^2 \right|^2 \Re(y_{zz}^e)}{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2 \right|^2} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{K T_i}{\pi} \right) \frac{\frac{T_e}{T_i} \left| y_{zz}^e \right|^2 \Re(y_{zz}^i)}{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2 \right|^2} \right\} d\omega \quad (79) \end{aligned}$$

En définitive, la section efficace différentielle de diffusion incohérente, valable pour $T_e \neq T_i$ sera donnée par l'expression générale suivante, qui constitue le résultat essentiel du présent mémoire :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) d\omega = \langle |\Delta N(k, \omega)|^2 \rangle r_e^2 d\omega =$$

$$= \frac{N_o r_e^2}{\pi \omega} \frac{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + i h^2 k^2 \right|^2 \operatorname{Re}(y_{zz}^e) + \left| y_{zz}^e \right|^2 \operatorname{Re}(y_{zz}^i)}{\left| \frac{T_e}{T_i} y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2 \right|^2} d \quad (80)$$

où $y_{zz}^{i,e}$ sont donnés par (75) ou (76) et peuvent être calculés compte tenu ou non de l'effet des collisions électrons-neutres et ions-neutres (+).

3.3 - Comparaison du spectre obtenu avec les résultats d'autres auteurs

L'expression générale du spectre diffusé (80) est identique à celle obtenue par J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY pour le cas $T_e = T_i$ sans ou avec collisions, comme il est facile de s'en rendre compte en explicitant la partie réelle de leur expression :

$$\sigma_b(\omega_o \pm \omega) d\omega = \frac{N_o r_e^2}{\pi \omega} \operatorname{Re} \left\{ \frac{(y_{zz}^i + i h^2 k^2) y_{zz}^e}{y_{zz}^i + y_{zz}^e + i h^2 k^2} \right\} d\omega \quad (81)$$

Nous allons voir que le spectre défini par (80) est aussi identique aux expressions obtenues par des méthodes différentes par J. A. FEJER / 4 / et E. E. SALPETER / 15 / pour le cas $T_e \neq T_i$ sans collisions.

En effet, l'équation (37) de la référence / 4 / s'écrit :

$$\sigma_e = \left| \frac{1 - \sum_{j=2}^n Z_j \xi_j}{1 - \sum_{j=1}^n Z_j \xi_j} \right|^2 \pi^{-1/2} n_1^{-1} N_1 \sigma_e \exp\left(-\frac{\omega^2}{n_1^2}\right) +$$

$$+ \left| \frac{\xi_1}{1 - \sum_{j=1}^n Z_j \xi_j} \right|^2 \sum_{j=2}^n \pi^{-1/2} n_j^{-1} N_j \sigma_e \exp\left(-\frac{\omega^2}{n_j^2}\right),$$

(+) Nous avons appris depuis la rédaction du présent mémoire que le même résultat avait été obtenu par D. T. FARLEY pour le cas $T_e \neq T_i$ en 1966 / 27 / par des considérations basées sur la théorie des circuits ; toutefois l'auteur ne l'a pas utilisé pour déterminer l'effet des collisions sur le spectre diffusé.

où $j = 1, 2$ pour un plasma à deux composants (électrons et ions), $Z_1 = -1$ et $Z_2 = +1$ dans le cas d'électrons et d'ions une fois ionisés, et où :

$$\xi_j = Z_j h_j^{-2} k^{-2} \left[-1 + 2 \left(\frac{\omega}{\Omega_j} \right) \exp \left(-\frac{\omega^2}{\Omega_j^2} \right) \int_0^{\omega/\Omega_j} \exp y^2 dy + i \pi^{1/2} \left(\omega / \Omega_j \right) \exp \left(-\frac{\omega^2}{\Omega_j^2} \right) \right]$$

avec : $\Omega_j = k \left(\frac{2 K T_j}{m_j} \right)^{1/2}$; h_1 et h_2 étant les distances de DEBYE électronique et ionique.

Or, nos variables $\theta_{e,i}$ sont identiques à $\omega / \Omega_{1,2}$ de FEJER et, dans le cas sans champ magnétique (qui, comme on l'a vu est le même que celui avec $\vec{B}_0$, sauf lorsque le vecteur $\vec{k} = \vec{k}_0 - \vec{k}_s$ est très voisin de la normale à $\vec{B}_0$), notre paramètre y_{zz} est donné par :

$$y_{zz} = i \left[1 - \theta G(\theta) \right] = \theta \pi^{1/2} e^{-\theta^2} + i \left[1 - 2 \theta e^{-\theta^2} \int_0^\theta e^{t^2} dt \right]$$

Dans ces conditions et compte tenu de ce que $h_1^2 / h_2^2 = T_e / T_i$ et de ce que la grandeur h figurant dans (80) est la distance de DEBYE électronique, il est facile de vérifier que notre expression (80) du spectre est identique à celle du spectre σ_ω de FEJER ; celui-ci est d'ailleurs lui même identique au spectre obtenu par SALPETER par une méthode différente pour le cas $T_e \neq T_i$.

Cette constatation constitue à notre avis la justification à postériori de la généralisation du théorème de NYQUIST au cas d'un plasma à deux populations de températures différentes, telle que nous l'avons proposée ci-dessus.

3.3 - Quelques résultats numériques obtenus à la machine, pour diverses valeurs du rapport T_e / T_i et des fréquences de collisions

Comme applications numériques de l'expression générale (80) du spectre diffusé nous avons calculé à la machine les spectres suivants :

1 - Spectres correspondant à une onde incidente de 8 mm rétrodiffusée par un plasma d'hydrogène de densité $N_0 \sim 5.10^{10}$ él.cm⁻³ aux pressions $p = 0,10^{-2}$ et 10^{-1} torr ; température électronique fixe $T_e = 1$ eV avec $T_e / T_i = 1, 2, 3, 4, 6$ et 8 .

La distance de DEBYE étant $\sim 3.10^{-3}$ cm et $k = 2k_0 = 15,7$ cm⁻¹, le paramètre $\alpha = 21$ et les spectres sont du type "ionique".

Les fréquences de collision électron-neutres ν_e et ions-neutres ν_i ont été déterminées à partir des données sur les sections efficaces de S.C. BROWN / 24 / pour les électrons et à partir de la relation générale ci-après pour les ions :

$$\nu_{in} = \sigma_{in} N_o V_i \quad (81)$$

où nous avons admis pour σ_{in} la valeur $7.10^{-15} \text{ cm}^2 / 25$ /, V_i étant la vitesse thermique des ions.

Les valeurs de ν_{en} , ψ_e , ν_{in} et ψ_i pour $T_e = T_i = 1 \text{ eV}$ pour l'hydrogène sont indiquées dans le tableau ci-après pour les pressions de 10^{-1} et 10^{-2} torr.

	$\nu_{en} \text{ c/s}$	ψ_e	$\nu_{in} \text{ c/s}$	ψ_i
$p_o = 10^{-1} \text{ torr}$	$2,7.10^8$	$3,1.10^{-1}$	$4,3.10^6$	1,33
$p_o = 10^{-2} \text{ torr}$	$2,7.10^7$	$3,1.10^{-2}$	$4,3.10^5$	0,133

Pour des valeurs de T_i différentes, la fréquence de collisions ν_{in} varie selon la relation (81) ci-dessus ; toutefois la valeur de

$$\psi_i \sim \frac{\nu_i}{k V_i} \sim \frac{\sigma_{in} N_o}{k}$$

est pratiquement indépendante de T_i , de sorte que nous avons gardé les mêmes valeurs de ψ_i (et évidemment de ψ_e) pour une pression donnée, quelle que soit la valeur du rapport T_e / T_i .

Les spectres "ioniques" ainsi obtenus sont représentés sur les figures 2 à 7 en fonction de θ_i ; on a porté en ordonnées la grandeur

$$S = \sigma_b (k V_i) \sqrt{\pi / N_o} r_e^2 \quad \text{où} \quad V_i^2 = 2 K T_i / m_i.$$

2 - Spectres correspondant au même plasma ($T_e = 1 \text{ eV}$) et à la diffusion d'une onde telle que $\alpha = 3$ avec des rapports $T_e / T_i = 1, 2, 4$, etc...

Les spectres "électroniques" obtenus sont représentés sur la figure 8 seule en fonction de θ_e ; en ordonnées la grandeur :

$$S = \sigma_b (k V_e) \sqrt{\pi / N_o} r_e^2 \quad \text{où} \quad V_e^2 = 2 K T_e / m_e$$

3 - Spectre électronique" d'un plasma avec $T_e = 1 \text{ eV}$ et $\alpha = 10^{-2}$ (figure 9).

Les spectres sans collisions sont représentés par les courbes en trait plein : —

104
Ceux correspondant à $p = 10^{-2}$ torr sont en traits tiretés : ----

Ceux correspondant à $p = 10^{-1}$ torr sont en traits mixtes : -. . . -

On remarque que dans ce dernier cas, les pics qui se manifestent sur les spectres ioniques pour les valeurs élevées de T_e/T_i sont complètement supprimés.

Pour $T_e = T_i$; on retrouve les résultats de J. P. DOUGHERTY et FARLEY : le spectre ionique se resserre autour de la fréquence centrale. Tel est aussi le cas pour le spectre électronique de la figure 9 (avec $\alpha \ll 1$).

Plasma d'hydrogène

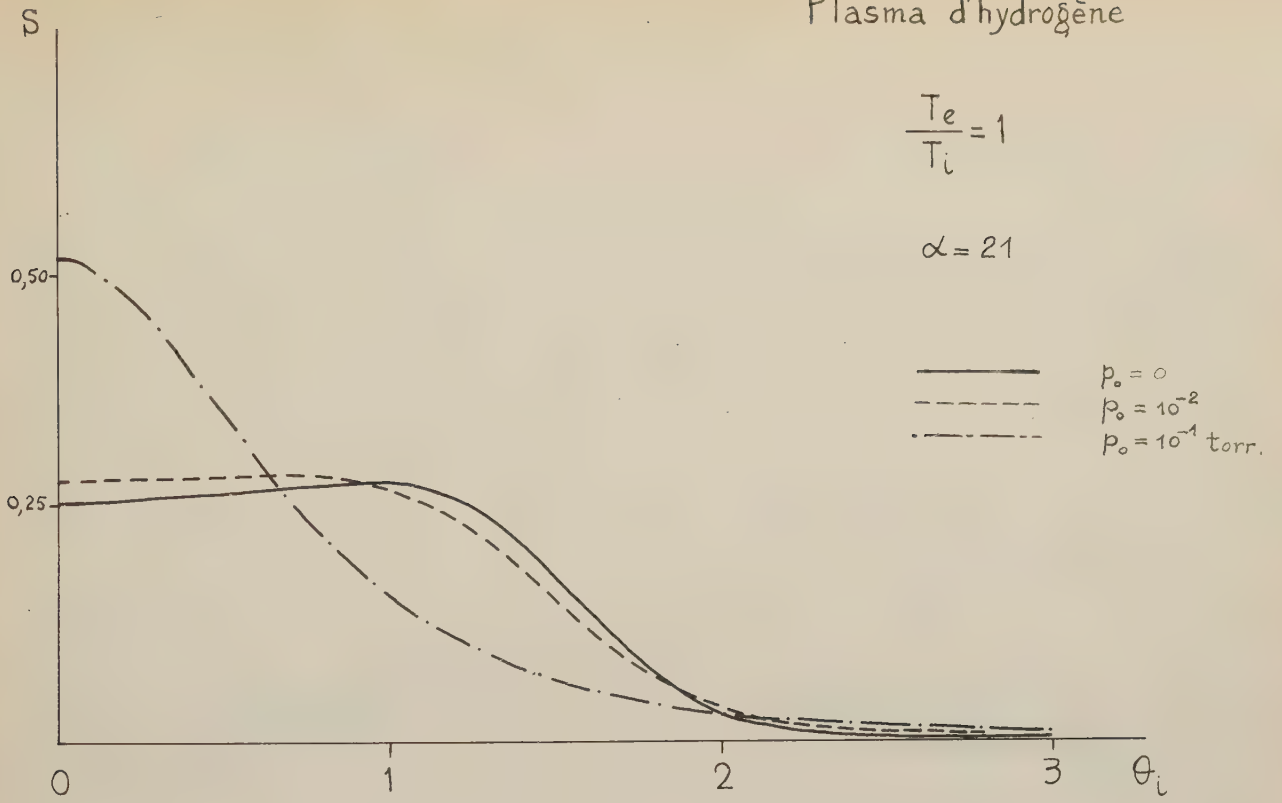


FIG. 2

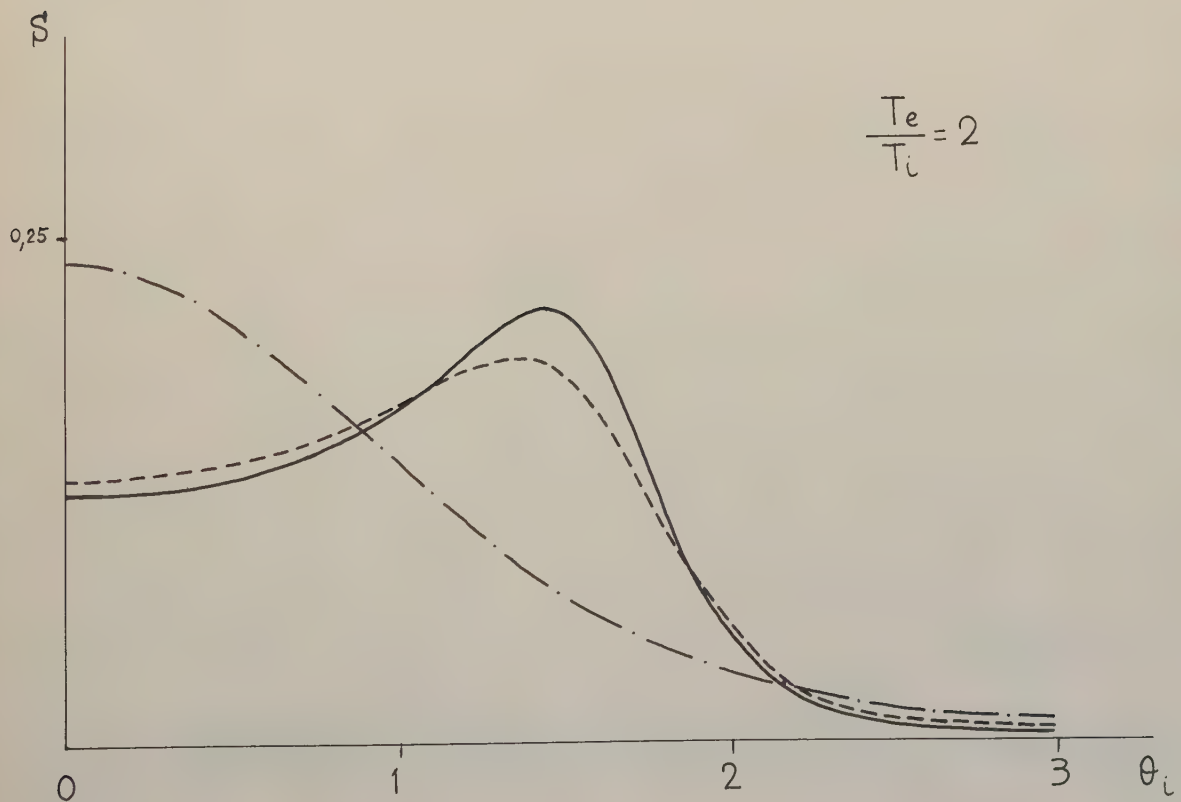
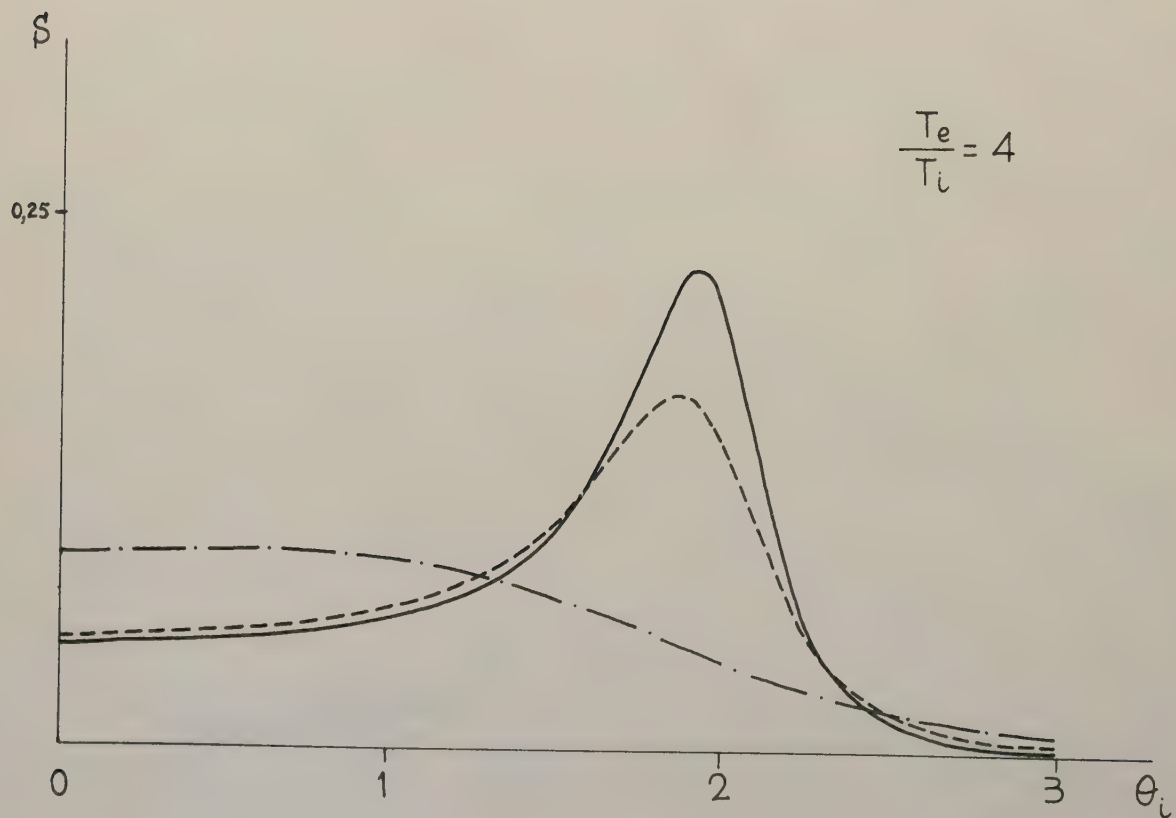
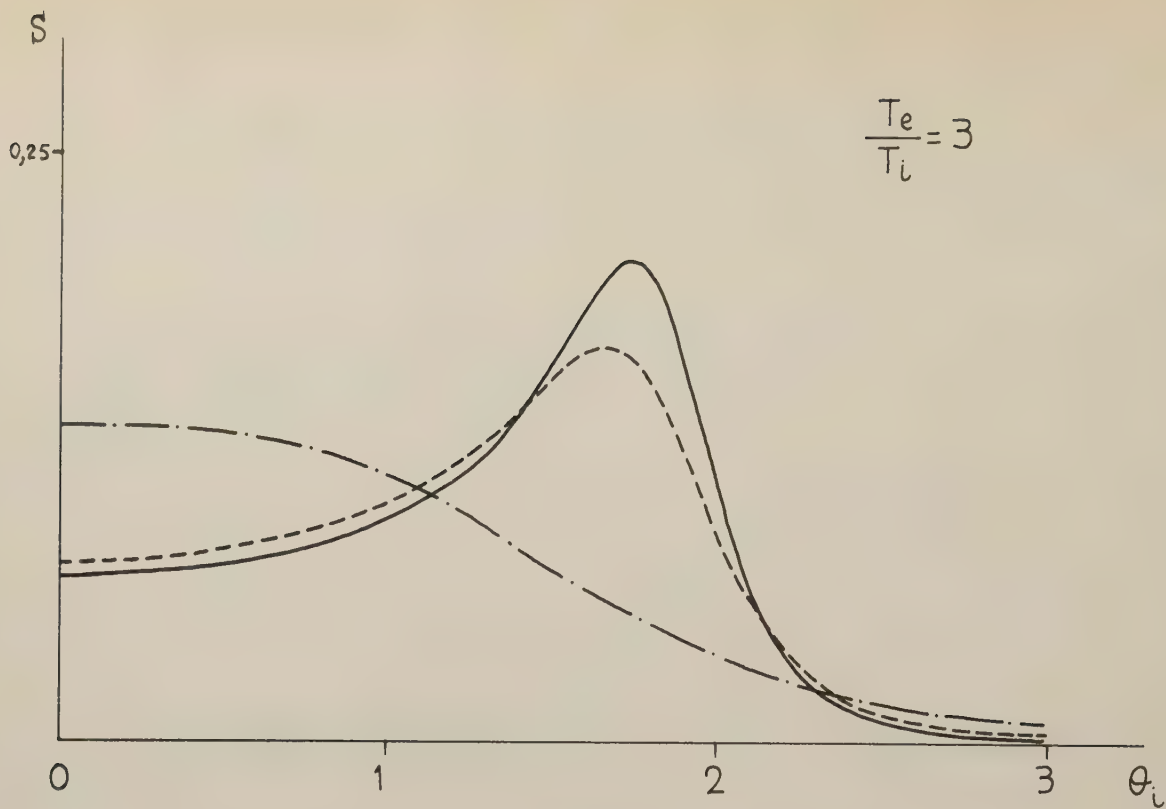


FIG. 3



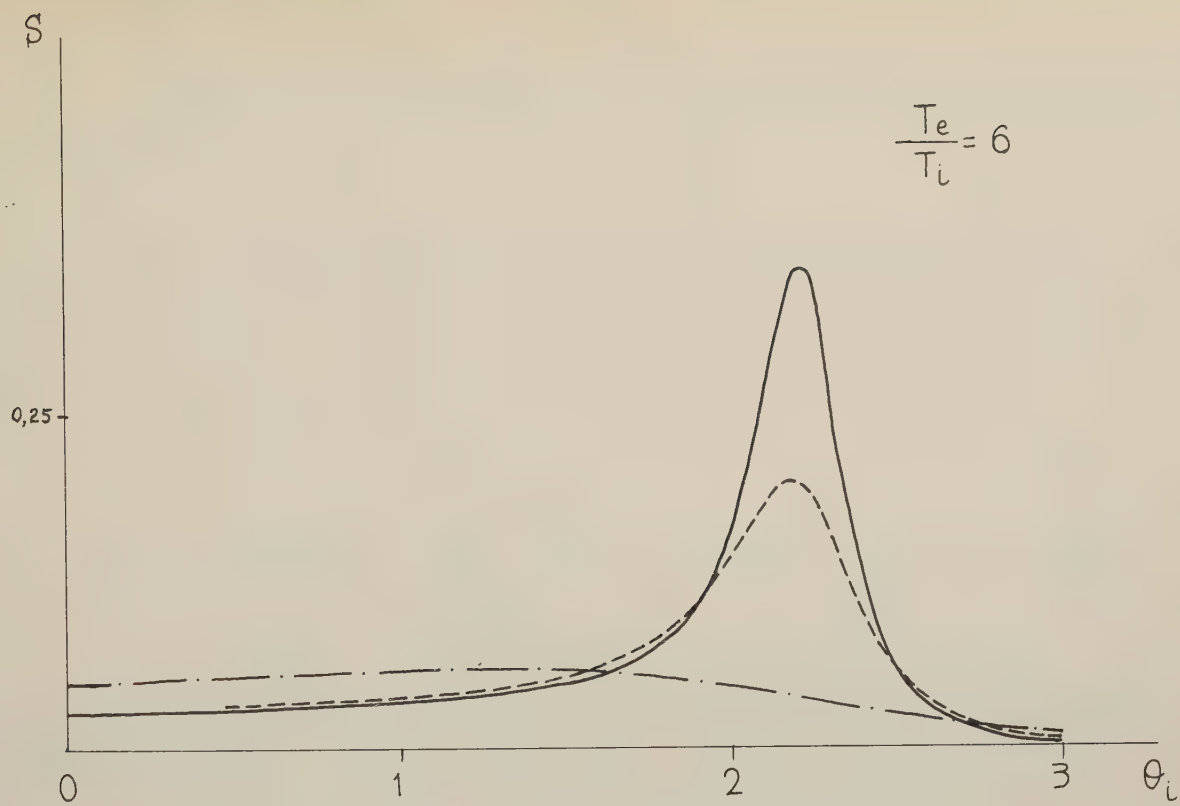


FIG. 6

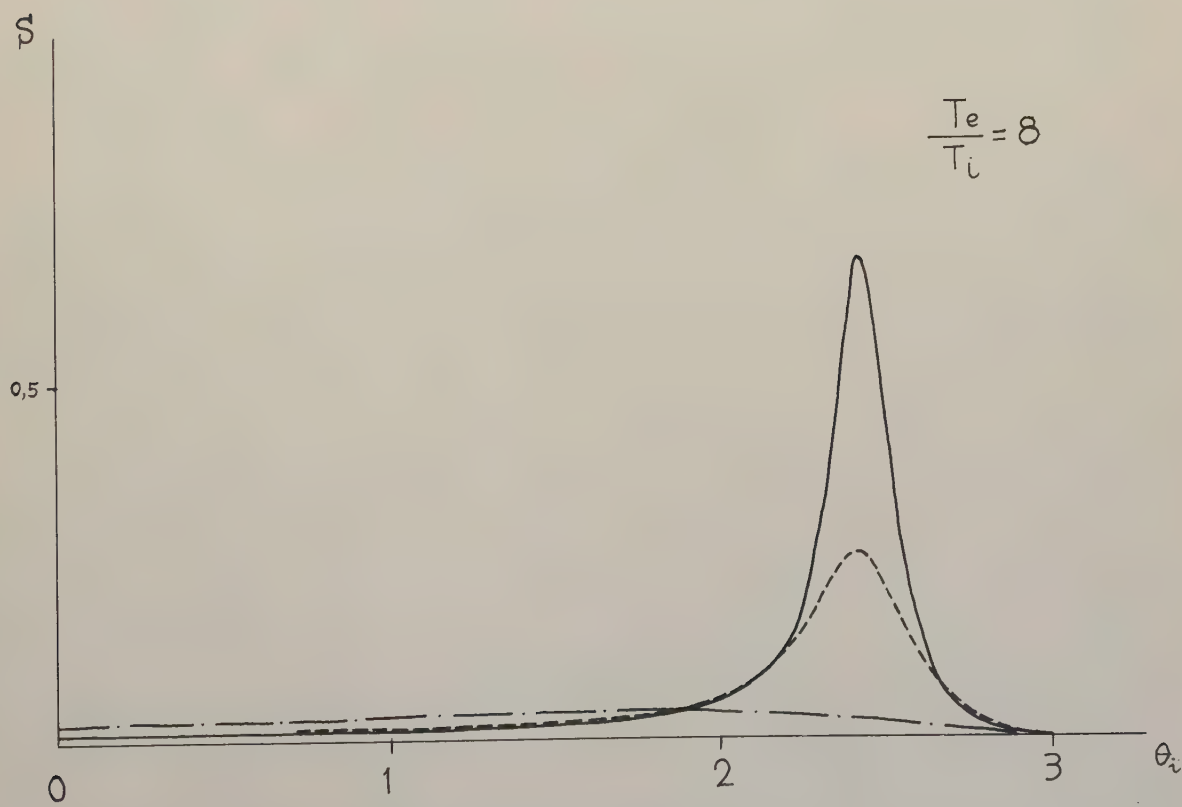


FIG. 7

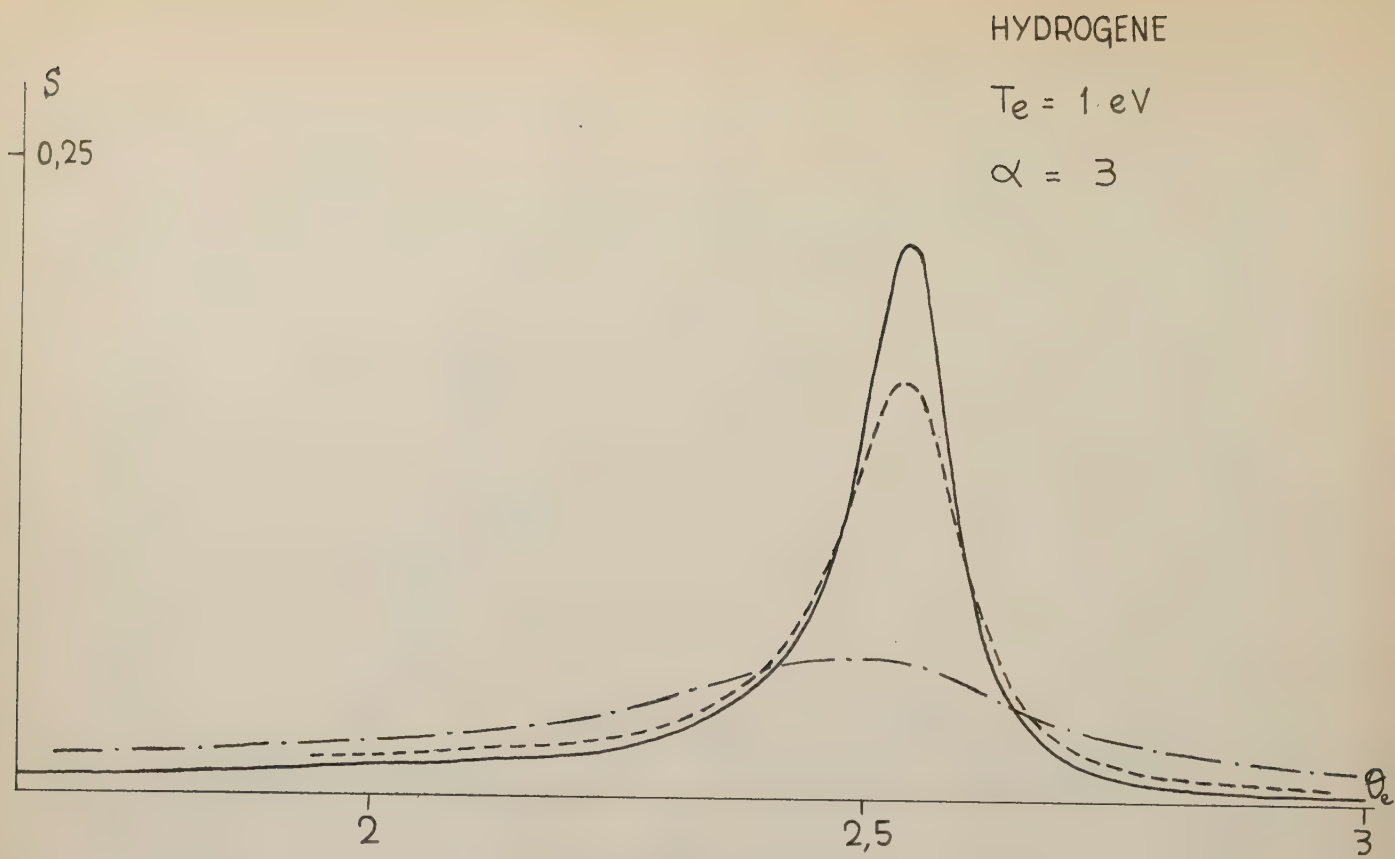


Fig. 8

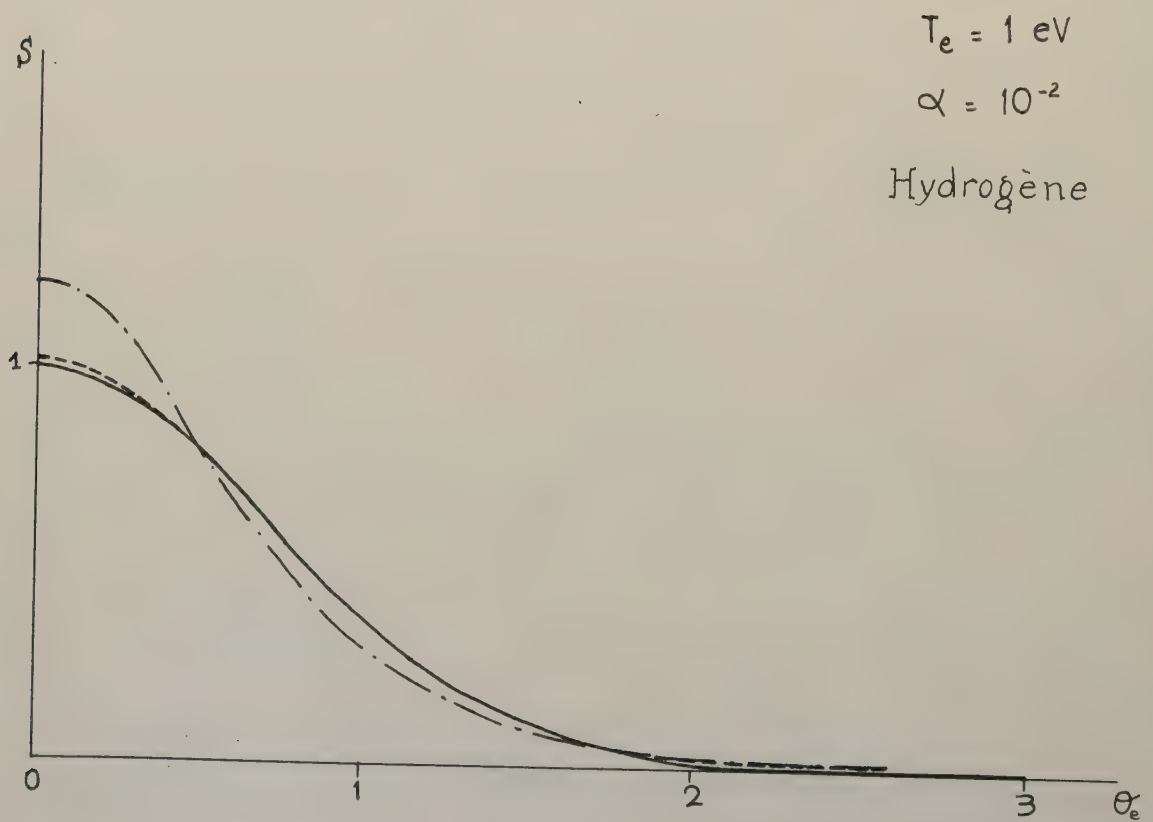


FIG. 9

IV - RESULTATS EXPERIMENTAUX RECEMMENT OBTENUS A SACLAY

COMPARAISON AVEC LES PREVISIONS DE LA PRESENTE THEORIE

4.1 - Dispositif à interféromètres FABRY-PEROT en ondes millimétriques de D. BIZE

Le principe de l'appareil est de focaliser l'onde millimétrique incidente au centre d'une cavité résonante formée de deux lentilles en polystyrène, munies chacune d'un fin grillage métallique les rendant semi-transparentes vis-à-vis du rayonnement incident. La focalisation de l'onde sous l'effet des réflexions multiples sur les deux grillages se traduit par un coefficient de surtension Q pouvant atteindre des valeurs très élevées ($Q = 10^4$ et parfois 5.10^4).

Dans ces conditions, l'introduction d'un plasma au centre de la cavité donne lieu à des traversées multiples de celui-ci par l'onde incidente et provoque une diffusion incohérente de plusieurs ordres de grandeur plus intense que celle due à une seule traversée du plasma, comme c'est le cas dans les expériences de diffusion ionosphériques.

D'autre part, la présence du plasma dont l'indice de réfraction vis-à-vis de l'onde incidente est inférieur à l'unité, produit un désaccord de la cavité qu'il est possible de rattraper en modifiant l'écartement des deux miroirs ; on peut donc utiliser l'appareil comme interféromètre millimétrique - analogue au Pérot-Fabry optique, à la mesure de l'indice et donc de la densité électronique du plasma.

L'interféromètre est utilisé en outre à l'analyse du spectre diffusé. A cet effet, le rayonnement diffusé par le plasma placé au centre d'une première cavité Fabry-Pérot est dirigé par un système de guides d'onde dans une seconde cavité identique dont l'un des miroirs peut être déplacé par une vis micrométrique. Ce déplacement permet d'obtenir à la sortie le spectre diffusé avec une bande passante de l'ordre du mégahertz. Un filtre à bande étroite d'environ 5 MHz) est disposé entre les deux cavités de manière à éliminer la fréquence de l'onde incidente et supprimer les réflexions parasites de forte intensité.

L'expérience a été réalisée sur un plasma produit par résonance cyclotronique d'une onde HF de $\lambda = 3$ cm injectée dans une structure avec gradient de champ magnétique du

type CIRCE / 26 /. Le générateur HF d'une puissance de 300 Watts fonctionnait en régime permanent et le plasma produit par chocs ionisants sur le gaz neutre pénétrait dans une région à champ magnétique constant d'environ 4 Kgauss à travers laquelle une première cavité Fabry-Pérot était disposée.

L'onde dont la diffusion par le plasma était étudiée, d'une fréquence f_0 de 70 GHz ($\lambda_0 = 4,34$ mm) était produite par un carcinotron de 30 Watts et injectée dans la première cavité résonante comme indiqué dans la figure 10. La diffusion incohérente du volume de plasma autour du point P_1 (d'environ 1 cm^3) dans la direction du cornet récepteur C_1 était dirigée vers la seconde cavité en P_2 , à travers un filtre F éliminant la fréquence f_0 . Cette seconde cavité servait d'analyseur de spectre ; elle était suivie d'une chaîne d'amplification et d'un enregistreur sur papier. Le déplacement du miroir de la première cavité permettait de l'accorder à la résonance en présence du plasma et d'en déduire la densité électronique de celui-ci, grâce au détecteur D .

La densité du plasma étudié étant de l'ordre de $10^{11} \text{ él.cm}^{-3}$, la puissance diffusée totale était de quelques 10^{-10} Watts seulement. Cependant grâce à la haute sensibilité de la chaîne d'amplification, un rapport signal/bruit supérieur à l'unité a pu être réalisé. Les résultats obtenus l'ont été à puissance H.F. de formation du plasma constante mais avec des pressions de gaz neutre (hydrogène) différentes. On a constaté qu'à faible pression la densité électronique était la moins élevée, tandis que la température électronique la plus forte, comme indiqué dans le tableau ci-après, où les valeurs de T_e sont celles obtenues par sonde de Langmuir :

p_0	$N_0 \text{ él/cm}^3$	T_e
$< 10^{-4} \text{ torr}$	5.10^{11}	6 à 8 eV
$10^{-4} \text{ à } 5.10^{-4}$	$\sim 7.10^{11}$	6 eV
10^{-3}	10^{12}	5 eV

La distance de DEBYE correspondante étant de $1,7.10^{-3} \text{ cm}$ environ et $\vec{k} = \vec{k}_0 - \vec{k}_s \approx 11 \text{ cm}^{-1}$, le paramètre α était de l'ordre de 50 et les spectres du type "ionique".

Sur ces spectres des maxima se situant entre 4 et 5 MHz apparaissent nettement avec une configuration d'autant plus aplatie que la pression et donc les fréquences de collisions sont plus élevées en bon accord avec nos prévisions théoriques. La position de ces maxima a permis d'estimer à environ 10 le rapport T_e/T_i et donc à environ 0,6 eV la température des ions.

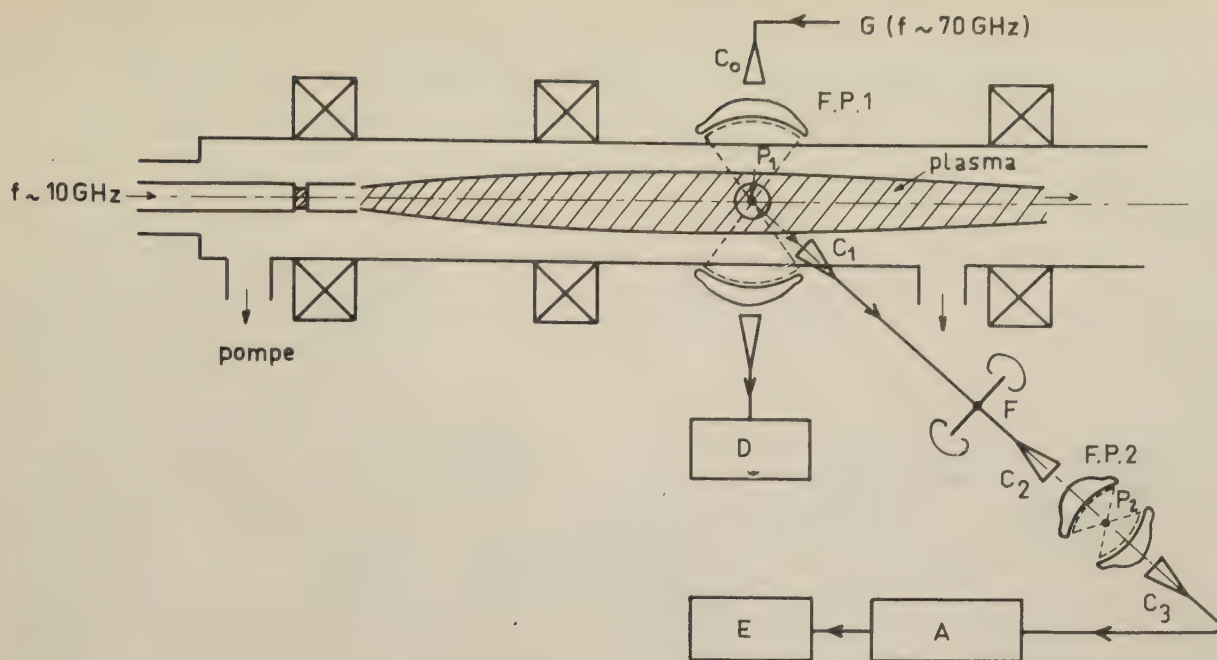


Fig. 10

4.2 - Dispositif à haute sensibilité fonctionnant sur 8,6 mm de longueur d'onde de NGUYEN TRONG KHOI

Ce dispositif comprend un émetteur (Klystron) de $\lambda_0 = 8,6$ mm d'une puissance de 15 Watts fonctionnant en régime continu et dont la fréquence est stabilisée à 10^{-6} .

L'onde incidente attaque le plasma par un cornet placé au voisinage immédiat à l'extérieur de l'enceinte. Un cornet récepteur est disposé dans la direction de diffusion choisie. L'ensemble récepteur est composé de deux récepteurs superhétérodynes, dont le premier reçoit une partie du signal incident, qui sert de référence, le second recevant le signal diffusé par le plasma. La comparaison des deux signaux après transposition de fréquence au moyen d'oscillateurs locaux, permet d'obtenir le spectre diffusé. Le niveau de bruit propre des deux récepteurs est d'environ $2 \cdot 10^{-12}$ Watts et leur bande passante de 20 MHz. En utilisant la détection synchrone (avec modulation à l'entrée à 30 Hz ou 1 KHz), le signal minimum détectable a pu être réduit à 10^{-16} Watt. Une dernière transposition de fréquence réalisée à l'aide d'un oscillateur local à fréquence variable permet d'obtenir le spectre diffusé directement sur enregistreur.

Pour éviter la saturation du récepteur par les signaux parasites due à la réflexion sur les parois de l'enceinte, un filtre à réjection à grande sélectivité est intercalé entre le cornet récepteur et le récepteur ; il comporte trois cavités cylindriques au couplage critique,

associées en cascade à l'aide de trois circulateurs en Y et accordées sur la fréquence de l'émetteur. La réjection ainsi obtenue est supérieure à 80 dB, avec une atténuation de 1 dB seulement dans la région utile du spectre. L'ensemble du dispositif est représenté schématiquement sur la figure 11.

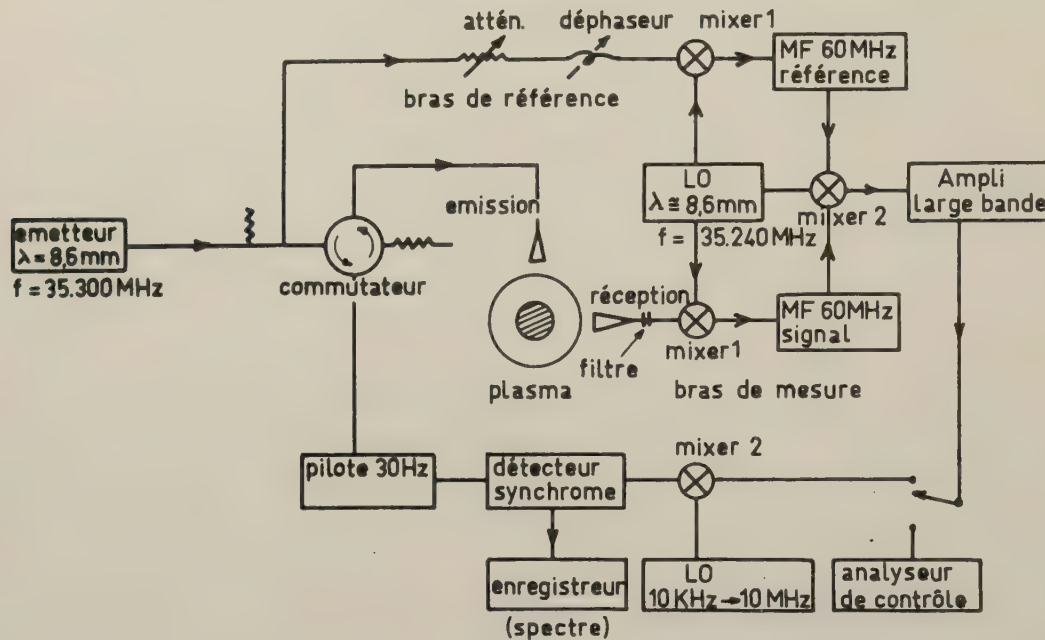


Fig. 11

L'expérience de diffusion a été faite sur un plasma produit par une source coaxiale à cathode chaude avec un champ magnétique statique uniforme de 1 Kgauss environ.

Les caractéristiques du plasma étaient les suivantes :

- Longueur de la colonne de plasma : environ 1 m
- Diamètre de la colonne de plasma : environ 4 cm
- Pression des neutres : variable de $5 \cdot 10^{-4}$ à $5 \cdot 10^{-3}$ torr
- Gaz utilisé : hydrogène ou hélium
- Densité électronique moyenne : $5 \cdot 10^{11}$ éi/cm³, mesurée par interférométrie UHF
- Température électronique : 15 à 20 eV, mesurée par sonde de Langmuir
- Température ionique : non mesurée

L'onde incidente de 8,6 mm était dirigée par un cornet normalement à la colonne de plasma avec le cornet récepteur placé à angle droit par rapport à la direction d'incidence, de telle sorte que le vecteur de diffusion $k = k_0 \sqrt{2} \sim 10,3 \text{ cm}^{-1}$ avec :

$$k_0 = 2\pi / \lambda_0 = 7,3 \text{ cm}^{-1}$$

La distance de DEBYE étant de $4,10^{-3}$ cm environ, le paramètre α était de l'ordre de 24 et les spectres correspondants devaient être du type "ionique", avec $T_e > T_i$, comme c'est toujours le cas dans ce type de plasmas.

C'est en effet ce genre de spectres qui ont été obtenus expérimentalement pour l'hydrogène aux pressions de $p_0 = 10^{-3}$, $3,10^{-3}$ et $4,10^{-3}$ torr. Ils sont représentés sur les figures 12a, 12b, et 12c respectivement. Conformément à nos prévisions théoriques le spectre s'aplatit de plus en plus au fur et à mesure que la pression des neutres augmente. Les spectres expérimentaux ci-dessus se comparent de façon remarquable avec nos courbes théoriques des figures 5 à 7.

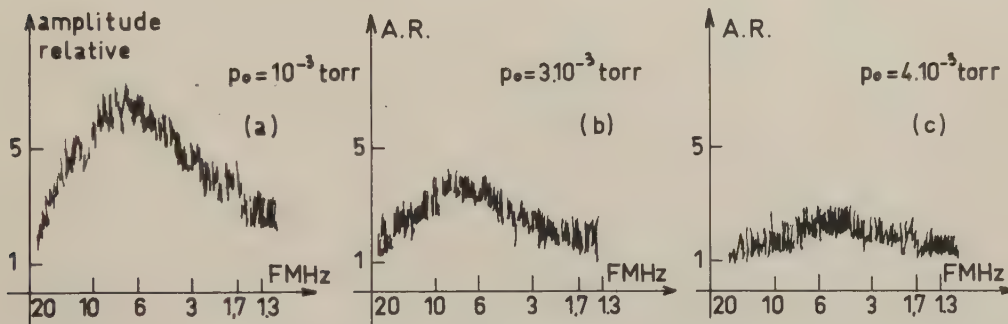


Fig. 12

Remarquons que le pic de résonance pseudo-sonore se situe très nettement sur ces spectres aux environs de $\Delta f = 6 \text{ MHz}$.

En admettant que la position de ce pic corresponde approximativement à l'expression suivante établie par SALPETER / 5 / :

$$\omega_s^2 = k^2 \frac{KT_e}{m_i} \left(1 + 3 \frac{T_i}{T_e} \right) \quad (83)$$

on trouve avec T_e/T_i de l'ordre de 10 et $k = 10,3$, une température électronique T_e d'environ 13 eV, très voisine de la température déterminée par sonde de Langmuir ($T_e \sim 15 \text{ eV}$).

V - SUGGESTIONS POUR LE DEPOUILLEMENT DES SPECTRES DIFFUSES AVEC ET SANS COLLISIONS

5.1 - Spectres "électroniques" ($\alpha \ll 1$).

On constate sur la figure 9 que l'influence des collisions sur le spectre diffusé avec $\alpha = 10^{-2} \ll 1$, que l'influence des collisions ne se manifeste qu'aux pressions élevées ($p_o \gg 10^{-1}$ torr). Le spectre sans collisions étant gaussien ($\sim e^{-\theta_e^2}$), on peut en déduire la température électronique en mesurant sa demi-largeur en fréquence à une altitude égale à $1/e$ (soit à 0,368) de son altitude maximum. Si f_1 est cette demi-largeur, on aura aux pressions peu élevées :

$$\theta_e^2 = \frac{(2\pi)^2 f_1^2}{k^2 \frac{2KT_e}{m}} = 1$$

d'où

$$T_e = \frac{(2\pi)^2 m}{2Kk^2} f_1^2 \quad (84)$$

Aux pressions élevées, l'ordonnée à l'origine du spectre devient plus grande et le spectre devient un peu moins large. En négligeant ce resserrement, qui ne se manifeste que pour $p_o > 10^{-1}$ torr, il suffit de faire une correction sur l'ordonnée à l'origine.

Celle-ci peut être calculée à partir de l'expression de cette ordonnée établie par J. P. DOUGHERTY et D. T. FARLEY dans la référence / 6 /, à savoir :

$$\sigma_b(\omega_o) d\omega = \frac{N_o r_e^2}{(2 + h^2 k^2)} \left[\frac{1}{A_i^{-1} - \psi_i} + \frac{(1 + h^2 k^2)^2 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}}{A_e^{-1} - \psi_e} \right] \frac{d\theta_i}{\pi}$$

(équation (19) de / 6 /)

où

$$A(\psi) = 2e^{\psi^2} \int_{\psi}^{\infty} e^{-t^2} dt$$

Pour $\alpha \ll 1$, c'est-à-dire $h^2 k^2 \rightarrow \infty$, cette expression est indépendante de T_i et se réduit à :

$$\sigma_b(\omega_o) d\omega = \frac{N_o r_e^2}{\pi k V_e} \frac{1}{A_e^{-1} - \psi_e} d\omega \quad (85)$$

où $V_e = (2 KT_e/m)^{1/2}$

L'ordonnée à l'origine du spectre : $S_{(o)} = \sigma_b(k V_e) \pi^{1/2} / N_o r_e^2$ est donc donnée par :

$$S_{(o)} = \pi^{-1/2} (A_e^{-1} - \psi_e)^{-1} \quad (86)$$

au lieu de $S_{(o)} = 1$ sans collisions.

Avec $\psi_e = 0,31$ par exemple $S_{(o)} = 1,23$ et le facteur de la correction à appliquer à l'ordonnée à l'origine est donc dans ce cas de $1 / 1,23 = 0,813$.

5.2 - Spectres "ioniques" ($\alpha \gg 1$)

Ces spectres comportent comme on l'a vu un pic lointain, à une fréquence séparée de la fréquence centrale ω_o par un glissement Doppler très voisin de ω_{pe} (la fréquence plasma des électrons) et un second pic proche de ω_o , dit pic "ionique" distant de ω_o d'une fréquence ω_s voisine de la fréquence de résonance pseudo-sonore soit :

$$\omega_s = k \left(\frac{3 KT_e}{m_i} \right)^{1/2} \quad (87)$$

Un calcul plus exact / 5 /, conduit pour ω_s , dans le cas sans collisions à l'expression (83) :

$$\omega_s^2 = k^2 \left(\frac{KT_e}{m_i} \right) \left(1 + \frac{3 T_i}{T_e} \right) \quad (83)$$

Le pic à ω_{pe} est en général difficilement observable et les spectres expérimentaux sont caractérisés par leur pic ionique. L'effet des collisions est, comme le montrent les figures 2 à 7, de réduire l'altitude de ce pic, sans changer appréciablement sa position en fréquence, tant que la pression p_o reste inférieure à 10^{-1} torr, ce qui est le cas de la plupart des plasmas de laboratoire.

En remarquant que pour l'hydrogène par exemple la section efficace totale de collisions électrons-neutres reste pratiquement la même pour T_e variant de 0,5 à environ 9 eV et décroît ensuite lentement (jusqu'à environ 1/3 de sa valeur à 50 eV) et qu'en conséquence ν_e et ψ_e varient de la même manière avec T_e , pour une pression donnée, tandis que ψ_i demeure

pratiquement indépendant de T_i , il est possible d'établir à l'avance un ou plusieurs graphiques théoriques pour la détermination directe du rapport T_e/T_i à partir des résultats expérimentaux, obtenus à une pression p_0 donnée du gaz étudié. Sur ces graphiques seraient portés en abscisse les rapports T_e/T_i et en ordonnées les rapports b/a (voir figure 13) de l'altitude du pic ionique à celle de l'ordonnée à l'origine des spectres calculés à la machine pour différentes valeurs du rapport T_e/T_i , et différentes pressions p_0 du gaz, le nombre d'onde k étant celui correspondant aux expériences.

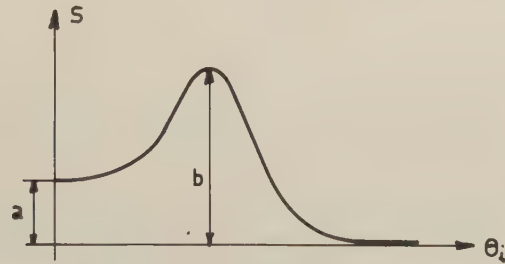


Fig. 13

Un tel réseau de courbes est représenté à titre d'exemple sur la figure 14. Valable chacun pour une gamme déterminée de températures électroniques (par exemple pour l'hydrogène $T_e = 1$ à 9 eV, $T_e = 9$ à 20 eV, etc...) dont l'ordre de grandeur est donné correctement par (87), il permet, connaissant la pression p_0 du gaz et le rapport b/a mesuré sur l'enregistrement, de déterminer immédiatement le rapport T_e/T_i et par application de la relation (83) d'en déduire T_e et T_i .

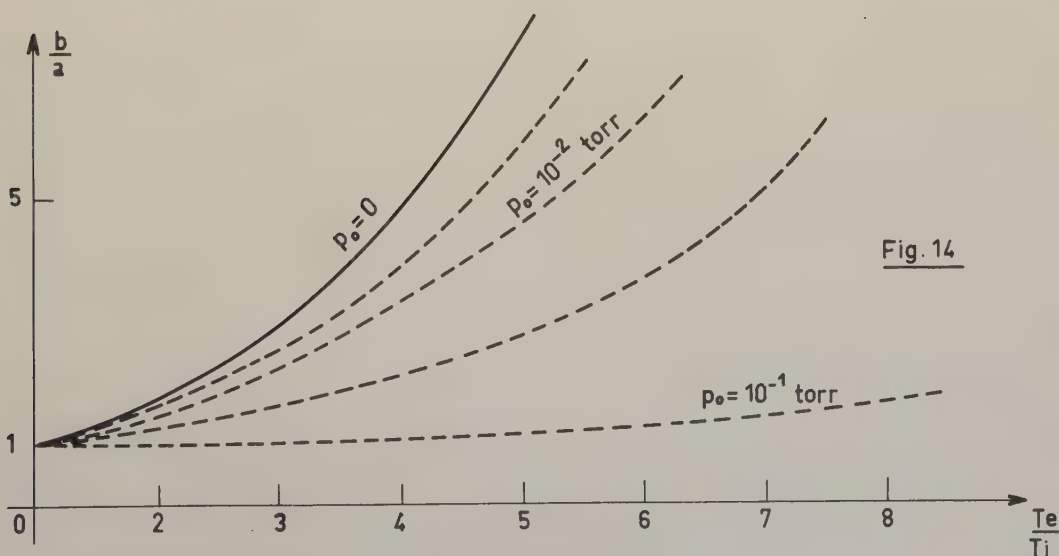


Fig. 14

Notons pour terminer que lorsque $T_e \neq T_i$ et en présence de collisions, la section efficace de diffusion à la fréquence centrale ω_0 du spectre "ionique" ($\alpha \gg 1$), calculée à partir de l'expression (80), est la suivante :

$$\sigma_b(\omega_0) = \frac{N_o r_e^2}{\pi k V_i} \left\{ \frac{\left(\frac{T_e}{T_i}\right)^2 \frac{1}{(M/m)^{1/2} (A_e^{-1} - \psi_e)} + \frac{1}{A_i^{-1} - \psi_i}}{(1 + T_e / T_i)^2} \right\} \quad (88)$$

où $A_{e,i}$ et V_i sont définies comme dans le paragraphe 5.1 .

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Monsieur D. BIZE pour l'aide qu'il m'a apportée en ce qui concerne les calculs numériques à la machine des spectres théoriques des figures 2 à 9.

Je tiens à remercier également Monsieur T. CONSOLI qui a bien voulu s'intéresser à ce travail et m'a permis de le mener à bonne fin.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - GORDON W.E.
Proc. I.R.E. 46, p. 1824, 1958.
- 2 - BOWLES K.L.
Phys. Review Letters, 1, p. 454, 1958.
- 3 - DOUGHERTY J.P. and FARLEY D.T.
Proc. Roy. Soc. London A, 259, 79-99, 1960.
- 4 - FEJER J.A.
Canadian Jour. of Physics, 39, p. 716, 1961.
- 5 - SALPETER E.E.
Physical Review, 120, p. 1528, 1960.
- 6 - DOUGHERTY J.P. and FARLEY D.T.
Journal of Geoph. Research, 68, n° 19, p. 5473, 1963.
- 7 - DOUGHERTY J.P., FARLEY D.T., and BARRON D.W.
Proc. Roy. Soc. London A, 263, 238-258, 1961.
- 8 - p. ex. SMITH P.A. and KAISER B.A.
Jour. Atmospheric and Terrestrial Physics, 29, n° 11, 1967.
- 9 - a) NGUYEN T.K.
Bulletin d'informations Scientifiques et Techniques du C.E.A. n° 116, 1967
et C.R. à l'Acad. des Sc. Paris, sous presse.
b) BIZE D.
Thèse présentée à la Fac. des Sc. d'Orsay, 1969.

- 10 - VILLARS F. and WEISSKOPF V.F.
Proc. I.R.E. 43, p. 1232, 1955.
- 11 - NYQUIST H.
Phys. Review, 32, p. 110, 1928.
- 12 - CALLEN H.B. and WELTON T.A.
Physical Rev., 83, p. 34, 1951.
- 13 - CALLEN H.B., BARASCH M.L. and JACKSON J.L.
Phys. Rev., 88, p. 1382, 1952.
- 14 - SALPETER E.E.
J. Geoph. Res. 66, p. 982, 1961.
- 15 - SALPETER E.E.
Phys. Rev., 122, p. 1663, 1961.
- 16 - HAGFORS T.
J. Geoph. Res., 66, p. 1699, 1961.
- 17 - DOUGHERTY J.P.
Jour. of Fluid Mechanics, 16, p. 126, 1963.
- 18 - BHATNAGAR P.L., GROSS E.P. and KROOK M.
Phys. Rev., 94, p. 511, 1954.
- 19 - FRIED B.D. and CONTE S.D.
The plasma dispersion function New York : Acad. Press, 1961.
- 20 - FEJER J.A.
Canadian Jour. of Phys., 38, 1114-1133, 1960.
- 21 - RENAULT J., CAMNITZ H. and FLOOD W.
Jour. of Geoph. Res., 66, p. 2703, 1961.
- 22 - CALLEN H.B. and GREENE R.F.
Phys. Rev., 86, p. 702, 1952.
- 23 - SALPETER E.E.
Jour. of Geoph. Research, 68, n° 5, p. 1321, 1963.

- 24 - BROWN S.C.
Basic Data of Plasma Physics J. Wiley and Sons New York, 1959.
- 25 - SIMON A.
Oak Ridge Nat. Laboratory Report 2285, 1957.
- 26 - CONSOLI T.
Les champs H.F. et les accélérateurs à plasma.
Bulletin d'Inf. Sc. et Tech. du C.E.A. n° 102, 1966.
- 27 - FARLEY D.T.
Journal of Geoph. Res., 71, n° 17, Sept. 1966.

Manuscrit reçu le 2 Mars 1970

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Vu

Le président du Jury

GRIVET

Vu et approuvé

Orsay, le 6 novembre 1969

Le Doyen de la Faculté des Sciences

d'Orsay

G. POITOU

